Programas de Matemática

Plan 2008

Índice

Malla Curricular

<table>
<tr><th>Nivel</th><th colspan="5">Asignaturas por nivel y carga horaria semanal</th><th>Total carga horaria semanal por nivel</th></tr>
<tr><td>1ero</td><td colspan="2">Geometría
(8 horas)</td><td colspan="2">Fundamentos de la Matemática
(8 horas)</td><td>Introducción a la Didáctica
(2 horas)</td><td>18</td></tr>
<tr><td>2do.</td><td colspan="2">Álgebra Lineal y Geometría
(8 horas)</td><td colspan="2">Análisis I
(7 horas)</td><td>Didáctica de la Matemática I
(3 horas)</td><td>18</td></tr>
<tr><td>3ero</td><td>Topología
(5 horas)</td><td>Probabilidad y Estadística
(6 horas)</td><td colspan="2">Análisis II
(6 horas)</td><td>Didáctica de la Matemática II
(3 horas)</td><td>20</td></tr>
<tr><td>4to.</td><td>Análisis del Discurso Matemático Escolar
(5 horas)</td><td>Profundización (6 horas)
En cuarto año cada estudiante deberá elegir una de las tres opciones del área Profundización.
Geometría / Análisis / Álgebra</td><td>Física
(4 horas)</td><td>Historia de la Matemática
(3 horas)</td><td>Didáctica de la Matemática III
(4 horas)</td><td>22</td></tr>
</table>

Previaturas

Primero	Segundo	Tercero	Cuarto
Fundamentos de la Matemática	Análisis I	Análisis II	Análisis del Discurso Matemático Escolar
		Probabilidad y Estadística	Física
Geometría	Álgebra lineal y Geometría	Topología	Profundización
			Historia de la Matemática
Introducción a la Didáctica	Didáctica de la Matemática I	Didáctica de la Matemática II	Didáctica de la Matemática III

Programas de Primer Año

PLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**1er. AÑO**
ASIGNATURA	**FUNDAMENTOS DE LA MATEMÁTICA**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**8 HORAS SEMANALES**

FUNDAMENTACIÓN

Esta asignatura de primer año pretende, que el futuro profesor, incorpore los diferentes conceptos involucrados en los contenidos del programa, así como las habilidades y destrezas propias de la disciplina.

Es necesario, brindar fundamentos que favorezcan el abordaje y la comprensión de otros conocimientos posteriores y el uso de un lenguaje matemático adecuado, así como también promover y desarrollar capacidades de razonamiento lógico deductivo.

El uso adecuado de los cuantificadores así como la correcta interpretación de los cuantificadores implícitos son, entre otros, los argumentos que justifican la transversalidad de los fundamentos de lógica.

OBJETIVOS

Se pretende que los estudiantes:

- Se inicien en la formalización algebraica, y se familiaricen con el método axiomático y la demostración rigurosa.
- Logren usar apropiadamente algunos de los hechos básicos de la teoría de conjuntos y de lógica para la formulación y la demostración de las propiedades más importantes de los sistemas numéricos.
- Adquieran los conocimientos de este curso que constituyen saberes básicos para cursos posteriores.
- Desarrollen una actitud reflexiva frente al conocimiento.
- Logren la comprensión de las estructuras matemáticas fundamentales y los métodos que luego se aplicarán en esta disciplina.
- Desarrollen hábitos de estudio, que trasciendan su egreso y apuesten a una formación continua. En particular, que desarrollen el gusto por el estudio de la Matemática.
- Desarrollen una actitud de colaboración con sus pares.

METODOLOGÍA

Se considera relevante contextualizar el pensamiento filosófico que contribuyó a la construcción de cada concepto. Al abordar un nuevo concepto, el docente dará las referencias históricas pertinentes, para que el estudiante pueda establecer conexiones entre los conocimientos que irá incorporando durante su carrera y que serán nuevamente abordados, específicamente, en cuarto año en la asignatura Historia de la Matemática.

La construcción del conjunto de los enteros y/o de los racionales por medio de la teoría genética, a través del tratamiento de las relaciones de equivalencia, como ejemplo de las definiciones por abstracción permitirá que los estudiantes puedan comparar este tipo de definición con las definiciones nominales explícitas que se den de dichos conjuntos, dentro del desarrollo de la teoría axiomática de los reales.

Los contenidos propuestos sobre combinatoria apuntan fundamentalmente a las técnicas de conteo y se pretende ir un poco más allá de lo estándar, siempre dentro de un tratamiento medianamente informal.

En cuanto a estructuras algebraicas se considera esencial remitirse a las definiciones básicas para poder aplicarlas sin problemas en el resto del curso, sin hacer aquí un tratamiento exhaustivo de la temática.

La completitud constituye uno de los conceptos claves de número real. La no completitud de los racionales y la existencia de la raíz *n*-ésima pueden ser dos buenos ejemplos para afirmar las ideas. En el tratamiento de potenciación, radicación y logaritmación se aspira a centrarse en los temas más finos sin detenerse en las propiedades básicas. El enfoque del práctico adquiere particular relevancia en esta etapa de formación. Será necesario dedicarle tiempo y discusión a la preparación de los lineamientos fundamentales que pauten su confección.

En divisibilidad se espera un desarrollo estándar de la unidad, pudiendo abordarse directamente en Z.

En el abordaje del número complejo es deseable presentar una introducción histórica que lo vincule a la resolución de ecuaciones polinómicas y tal vez a la historia del álgebra.

El tema polinomios debe ser tratado con un enfoque más general que el habitualmente trabajado en Secundaria, haciendo un continuo paralelismo entre los conocimientos que el estudiante posee del tema asociado a funciones y/o a expresiones algebraicas y el tratamiento de este curso, que se basará en la definición de sucesiones casi nulas.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

Durante el desarrollo del curso se trabajará en forma transversal:

- Fundamentos de lógica.
  Conectores básicos y tablas de verdad.
  Leyes de lógica.
  Reglas de inferencia.

Cuantificadores: definiciones y demostraciones.

CONTENIDOS

- **Conjuntos, relaciones y funciones**

  Conjuntos. Operaciones con conjuntos. Particiones. Producto cartesiano. Relaciones. Relaciones de orden y equivalencia. Conjunto cociente. Construcción de Z y Q como conjuntos cociente. Funciones.

  Funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas. Composición de funciones y función inversa.

- **Conteo**

  Principios básicos de conteo. Arreglos, combinaciones y permutaciones simples y con repetición. Números de Stirling, principio del palomar, principio de inclusión-exclusión.

- **Estructuras algebraicas**

  Operaciones definidas en conjuntos. Grupos, anillos, dominios de integridad, cuerpos.

- **Número real**

  Axiomas de cuerpo y orden. Consecuencias. Conjuntos inductivos. Los naturales. Principio de inducción completa y principio de buena ordenación. Los enteros y los racionales. Axioma de completitud. No completitud de los racionales. Potenciación, radicación y logaritmación. Número *e*.

- **Divisibilidad**

  Divisibilidad en los enteros. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides. Números primos. Teorema fundamental de la aritmética. Congruencias. Los enteros módulo *n*. El pequeño teorema de Fermat y el teorema de Euler. Ecuaciones en congruencias. Teorema chino de los restos. Ecuaciones diofánticas.

- **Número complejo**

  Repaso de funciones trigonométricas. Propiedades básicas y algunas fórmulas útiles. Breve historia de la resolución de ecuaciones y el surgimiento de los complejos. El cuerpo no ordenado de los números complejos. Formas binómica, polar y trigonométrica. Potenciación de exponente entero y radicación. La geometría del plano complejo. La exponencial compleja. Potenciación y logaritmación.

- **Polinomios**

  Polinomios con coeficientes en un dominio de integridad. Polinomios como expresiones algebraicas. Divisibilidad. Polinomios irreducibles.

  Criterio de Eisenstein. Descomposición en producto de irreducibles.

BIBLIOGRAFÍA

Grimaldi, R. (1997). *Matemática discreta y combinatoria*. Estados Unidos: Ed. Addison-Wesley Iberoamericana.

Rojo, A. (1978). *Álgebra 1*. Buenos Aires: Ed. El Ateneo.

Birkhoff,G. y MacLane, S. (1985). *Álgebra moderna*. Barcelona: Ed. Vicens Vives.

Gentile, E. (1988). *Notas de Álgebra.* Buenos Aires: Eudeba.

Godement, R. (1978). *Álgebra.* Madrid: Ed. Tecnos.

González, M. (1967). *Complementos de Álgebra.* USA: Minerva Books LTD.

PLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**1er. AÑO**
ASIGNATURA	**GEOMETRÍA**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**8 HORAS SEMANALES**

FUNDAMENTACIÓN

> Para calificarla de SUPREMA no estimo necesario que la teoría se aplique sin refutación a los fenómenos del mundo; sólo exijo que el alcance y exactitud con que se aplique sea *excepcional*. … La más antigua de las teorías SUPREMAS es la geometría euclidiana: una teoría sublime y supremamente precisa del espacio físico (y de la geometría de los cuerpos rígidos).
>
> Roger Penrose

La distinción entre productos (resultado final de alguna actividad matemática previa: axioma, definición, teorema, demostración) y procesos (actividad matemática puesta en juego en la elaboración de productos: conjeturar, descubrir, formular, clasificar, definir, refutar, demostrar, generalizar) no es nueva en la enseñanza de la matemática.

La presencia de un curso de geometría euclidiana en primer año del profesorado de matemática responde a la necesidad de que el futuro profesor:

- Conozca un conjunto de definiciones y teoremas y sus respectivas demostraciones organizados en forma de sistema deductivo.
- Incorpore procesos propios del quehacer matemático como la resolución de problemas, el reconocimiento de invariantes, el razonamiento inductivo, analógico y en especial el deductivo, la formulación de definiciones, la elaboración de pruebas y demostraciones, la generalización, la comunicación.

Procesos y productos se consideran ambos con la misma importancia en el presente curso.

OBJETIVOS

Entendemos importante que en este primer año de su formación el estudiante se vincule con el saber, pero además, que se vincule desde las vivencias de situaciones que el docente favorecerá. En su propio proceso de aprendizaje es necesario que el estudiante transite hacia un *saber hacer y saber por qué lo hago*, desarrollando en un continuo las capacidades implicadas.

En camino a la delimitación de su perfil docente, se requiere de muchas instancias de reflexión personal, pero enriquecidas por la discusión colectiva y entre pares, promoviendo el desarrollo de, entre otras, capacidades de:

▪ Concebir la Geometría Euclidiana como un amplio sistema deductivo en el cual es factible plantearse problemas, buscarles respuestas, observar regularidades, identificar contraejemplos, formular conjeturas y darles demostración.

▪ Desarrollar un razonamiento deductivo y expresarlo en forma escrita y oral.

▪ Entender lo que es una demostración matemática. Elaborar demostraciones.

▪ Apropiarse de los conocimientos de la Geometría Euclidiana plana y del espacio (que se detallan en los contenidos) organizados como sistema axiomático-deductivo.

▪ Incorporar procesos propios de la actividad matemática: conjeturar, descubrir, formular, clasificar, definir, refutar, demostrar, generalizar.

▪ Hacer uso de la Geometría Dinámica en el trabajo geométrico.

METODOLOGÍA

> Las matemáticas presentadas con rigor son una ciencia sistemática, deductiva, pero las matemáticas en gestación son una ciencia experimental, inductiva.
>
> George Polya

El involucrar –mediante actividades específicamente diseñadas- al estudiante de geometría de primer año en los procesos propios del quehacer matemático garantiza que, independientemente del tipo de productos que deba aprender en futuros cursos del profesorado o enseñar en su futura tarea como docente, la forma de interactuar con esos productos siempre se realiza necesariamente a partir de estos procesos. Independiente del producto, siempre será de interés visualizar relaciones, buscar patrones o invariantes, plantear conjeturas, explicitar argumentos, elaborar pruebas, considerar generalizaciones.

Es necesario incluir actividades que permitan involucrar al estudiante en los procesos propios del quehacer matemático como la resolución de problemas, el reconocimiento de invariantes, el razonamiento (inductivo, analógico y deductivo), la formulación de definiciones, la elaboración de pruebas y demostraciones, la generalización, la comunicación.

La enseñanza de la geometría euclidiana en Bachillerato y de la demostración geométrica en particular ha sido objeto de numerosos estudios a nivel internacional. Esta preocupación creciente ha sido motivada (Hadas, Hershkowitz y Schwarz, 2000) por tres razones fundamentales:

▪ el fracaso en la enseñanza de la demostración;
▪ el reconocimiento de que la actividad de demostrar debe tener en cuenta las ideas de los estudiantes;
▪ la aparición de programas computacionales de Geometría Dinámica.

> La crisis de los fundamentos de principios de siglo empujó al matemático hacia el formalismo, hacia el énfasis sobre el rigor, a una cierta huida de la intuición en la construcción de su ciencia. Lo que fue bueno para la fundamentación fue considerado por muchos bueno también para la transmisión de conocimientos. Las consecuencias para la enseñanza de las matemáticas en general fueron malas, pero especialmente nefastas resultaron para el pensamiento geométrico. […] La necesidad de una vuelta del espíritu geométrico a la enseñanza matemática es algo en lo que ya todo el mundo parece estar de acuerdo.
>
> Miguel de Guzmán

En cuanto al fracaso en la enseñanza de la demostración en Bachillerato se ha señalado el excesivo rigor con el que se ha presentado la matemática a los estudiantes, y en el caso de la geometría haciéndolo por lo general en el marco de un sistema axiomático formal. Las concepciones del docente acerca de lo que es la geometría influirán en el desarrollo de las capacidades del estudiante al que en el futuro enseñe. Es importante que el estudiante aprenda la geometría involucrándose en los procesos propios del quehacer matemático, esto es de esperar afecte su futura actividad como docente de enseñanza media no reproduciendo prácticas que hoy son fuente de fracasos.

> […] es necesario tomar en consideración la racionalidad de los alumnos y las condiciones de su evolución.
>
> Nicolás Balacheff

Específicamente referido al pensamiento geométrico de los estudiantes el modelo van Hiele (1957) propone que el pensamiento geométrico de los estudiantes pasa por cinco niveles. Como no se puede alterar el orden de pasaje por los distintos niveles, la enseñanza prematura de la definición y demostración formal sólo puede contribuir a la confusión de los estudiantes, a oscurecer el papel de definir y demostrar en la actividad matemática. El modelo van Hiele sugiere que la enseñanza debe contribuir a que los estudiantes progresen a través de los distintos niveles. El tener presente los niveles de razonamiento así como las características generales de la teoría nos pueden ayudar a evitar ciertas prácticas.

Es tarea docente en un curso de geometría de primer año de profesorado de matemática asumir el desafío de hacer evolucionar el conocimiento geométrico con el que ingresan los estudiantes hasta alcanzar los objetivos que se plantean para el curso. La herramienta de análisis señalada puede aportar elementos en el sentido de diseñar la mejor manera de trabajar en clase de forma de alcanzar los objetivos.

> El desarrollo de software para la Geometría Dinámica en años recientes es ciertamente el desarrollo más emocionante en geometría desde Euclides.
>
> Michael de Villiers

Es en el sentido de facilitar el desarrollo de los procesos matemáticos donde la Geometría Dinámica (GD) puede desempeñar un papel relevante. La GD brinda la posibilidad de plantear problemas que no se podrían abordar trabajando con lápiz y papel, además permite adoptar un enfoque experimental de la matemática lo que cambia su forma de aprendizaje, dándole al estudiante un papel activo en la construcción de su conocimiento. En GD las figuras deben ser construidas estableciendo relaciones de dependencia entre sus componentes; segmentos, ángulos y superficies se pueden medir y también operar con dichas medidas; los lugares geométricos se pueden visualizar. El trabajo con modelos dinámicos facilita el reconocer regularidades y contraejemplos, formular conjeturas y buscarles explicación. A tales efectos se deberá disponer de la sala de informática dos horas en la semana.

Acorde a lo fundamentado anteriormente, se hace imprescindible elaborar una prueba diagnóstica que nos permita tener elementos para valorar el nivel de pensamiento en que ingresan los estudiantes y a partir de dicho conocimiento poder diseñar el curso más apropiado.

También se considera imprescindible la evaluación oral del estudiante como condición par aprobar el curso. Para ello el profesor deberá prever en su planificación las instancias necesarias a tal fin. En las instancias de evaluación escrita se evaluarán aspectos prácticos y teóricos.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

Los contenidos a abordar en el curso fueron agrupados en tres grandes unidades:

Unidad 1

A partir de un conjunto de premisas explicitadas se abordará el estudio de las propiedades de las principales figuras de la geometría euclidiana elemental.

Polígonos

- Suma de ángulos interiores y externos. ¿Cómo definir ángulo externo en polígono no convexo? ¿Cómo demostrar?
- Problema de la teselación del plano (con polígonos iguales, con polígonos regulares de distinto tipo). Problema abierto en matemática.
- Problema isoperimétrico en polígonos.
- Problema de construcción de polígonos regulares (Gauss).

Cuadriláteros

- Definición y clasificación: distintas posibilidades.
- Elaboración de pruebas para sus propiedades.

Rectas y puntos notables en el triángulo

- Concurrencia (circuncentro, incentro-excentros, ortocentro, baricentro).
- Alineación (recta de Euler).

Paralela media

Desigualdades

Disección

- Problema de la cuadratura de un polígono (equivalencia de áreas de Euclides).
- Teorema de Pitágoras y su recíproco

Ángulos en la circunferencia

Problema isoperimétrico (solución de Steiner al problema).
Lugares geométricos
Construcciones

Unidad 2

Conceptos primitivos y axiomas
Isometrías
Homotecias
Semejanzas
Inversión
Cónicas

A partir de un conjunto de conceptos primitivos y axiomas se abordará el estudio de las funciones del plano en el plano.

Se propondrán problemas de lugares geométricos y construcciones que impliquen el uso relevante de las distintas funciones.

Se definirán y demostrarán propiedades de cada una de las isometrías, se probará que las isometrías son cinco. Se podrá trabajar con el grupo de simetría de una figura. Frisos. Empapelados. (Ocasión de establecer zona de contacto con el curso de Fundamentos de la Matemática).

Se estudiará el grupo de las homotecias y las traslaciones.

En semejanzas se verá la expresión canónica así como se determinará el punto fijo. Se podrán trabajar condiciones de concurrencia (Ceva) y alineación (Menelao). Generalizaciones de Pitágoras. Teorema de las bisectrices y recíproco, circunferencia de Apolonio. Potencia.

Se abordará la definición de cónica como lugar geométrico de puntos y como envolvente de rectas, se demostrarán propiedades.

Unidad 3

Representación de figuras tridimensionales en el plano.
Posiciones de rectas y planos. Paralelismo y perpendicularidad.
Ortogonalidad. Secciones.
Prismas. Pirámides.
Poliedros platónicos.
Poliedros arquimedianos.
$V + C = A + 2$ (Euler).
Volumen de la esfera (Arquímedes).

En esta unidad se abordará el estudio de la geometría del espacio. Se trabajará en el transcurso de todo el año, estableciendo lazos con la geometría plana. Se podría, por ejemplo, establecer la analogía -y discutir su alcance-, entre: partición del plano/partición del espacio, semiplanos/semiespacios, ángulos convexos/ángulos diedros convexos, triángulos/ángulos triedros, polígonos convexos/ángulos poliedros convexos.

BIBLIOGRAFÍA

Bonifacino, G.; de Petracca, M. V. y Peralta, S. (1992). *Cómo resolver problemas de geometría métrica. Vols. I, II y III*. Montevideo: Barreiro y Ramos.

Brun, L. y Trevillet, L. (1980). *Lugares geométricos en el plano*. Montevideo: La casa del estudiante.

Casella, S.; Gillespie, R.; Louro, R. y Vilaró, R. (1992). *Guías de Geometría. 5º Científico*. *I, II y III*. Montevideo: Edición personal.

Clemens, S.; O'Daffer, P. y Cooney, T. (1989). *Geometría*. México: Addison-Wesley Iberoamericana.

Courant, R. y Robbins, H. (1955). *¿Qué es la matemática?* Madrid: Aguilar.

Coxeter, H. S. M. (1984). *Fundamentos de geometría*. México: Limusa.

Coxeter, H. S. M. y Greitzer, S. (1993). *Retorno a la geometría*. Madrid: DLS-Euler.

de Guzmán, M. (2002). *La experiencia de descubrir en geometría*. Madrid: Nivola.

Del Río Sánchez, J. (1994). *Lugares geométricos. Cónicas*. Madrid: Síntesis.

Dolce, O. y Pompeo, J. N. (1993). *Geometría plana*. Brasil: Atual.

Eves, H. (1985). *Estudio de las geometrías. Vols. I y II*. México: Uteha.

González, M. (1965). *Complementos de geometría*. Nueva York: Minerva.

Grupo Beta (1997). *Proporcionalidad geométrica y semejanza*. Madrid: Síntesis.

Guillén Soler, G. (1997). *Poliedros*. Madrid: Síntesis.

Hadamard, J. (1947). *Lecons de Géométrie élémentaire. Géométrie plane*. Paris: Armand Colin.

Hemmerling, E. (1984). *Geometría elemental*. México: Limusa.
Jaime, A. y Gutiérrez, Á. (1996). *El grupo de las isometrías del plano*. Madrid: Síntesis.

Lages Lima, E. (1996). *Isometrías*. Brasil: SBM.

Marques Barbosa, J. L. (1995). *Geometría Euclidiana Plana*. Brasil: SBM.

Moise, E. (1990). *Elementary geometry from an advanced standpoint*. USA: Addison-Wesley.

Moise, E. y Downs, F. (1986). *Geometría moderna*. México: Addison-Wesley Iberoamericana.

Puig Adam, P. (1976). *Curso de geometría métrica. Vols. I y II*. Madrid: Biblioteca Matemática.

Rodríguez, E. (2005). Geometría del Espacio. Definiciones-Propiedades.
En www.cecap.anep.edu.uy/documentos/ger_inno_matema/pdf/ESPACIO-Oct.pdf

Severi, F. (1946). *Elementos de geometría. Vols. I y II*. Barcelona: Labor.

Wagner, E. (1993). *Construcoes Geométricas*. Brasil: SBM.

Zambra, M.; Rodríguez, M. y Belcredi, L. (1997). *Geometría*. Montevideo: Ediciones de la Plaza.

Bibliografía complementaria

Alsina, C.; Fortuny, J. y Pérez, R. (1997). *¿Por qué geometría? Propuestas didácticas para la ESO*. Madrid: Síntesis.

Alsina, C.; Burgués, J. y Fortuny, J. (1997). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis.

Alsina, C.; Burgués, J. y Fortuny, J. (1998). *Materiales para construir la geometría*. Madrid: Síntesis.

Alsina, C.; Pérez, R. y Ruiz, C. (1989). *Simetría dinámica*. Madrid: Síntesis.
Berrondo-Agrell, M. (2006). *100 enigmas de geometría*. Barcelona: Ceac.

Boltyanskii, V. G. (1973). *Figuras equivalentes y equidescomponibles*. México: Limusa-Wiley.

Chamoso, J. y Rawson, W. (2004). *Contando la geometría*. Madrid: Nivola.
Carroll, L. (2005). *Problemas de la almohada*. España: Nivola.

de Guzmán, M. (1976). *Mirar y ver. Nueve ensayos de geometría intuitiva*. Madrid: Alambra.

Dubnov, Y. S. (1973). *Errores en las demostraciones geométricas*. México: Limusa-Wiley.

Enriques, F.; Amaldi, U.; Guarducci, A.; Vitali, G. y Vailati, G. (1948). *Fundamentos de la geometría*. Buenos Aires: Ibero-Americana.

Fernández, M.; Padilla, F.; Santos, A. y Velásquez, F. (1996). *Circulando por el círculo*. Madrid: Síntesis.

Haim, I. (1996). *Géométrie, mon amour*. Montevideo: CEI.

Haim, I. (2004). *Viajando por rincones matemáticos*. Montevideo: CEI.

Holzmüller, G. (1925). *Tratado metódico de Matemáticas elementales. Vols. I, II y III*. Barcelona: Labor.

Lages Lima, E. (1991). *Meu Professor de Matemática e outras historias*. Brasil: SBM.

Martínez, A. y Juan, F. (Coords.) (1989). *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría*. Madrid: Síntesis.

Morrison, P. y Morrison, P. (1984). *Potencias de diez*. Barcelona: Prensa Científica y Labor.

Rothman, T. y Fukagawa, H. (1998). Geometría en los templos de Japón. *Investigación y ciencia* 262, 73-79.

Weyl, S. (1991). *Simetría*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana.

PLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**1er. AÑO**
ASIGNATURA	**INTRODUCCIÓN A LA DIDÁCTICA**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**2 HORAS SEMANALES**

FUNDAMENTACIÓN

Se trata de un primer curso sin práctica docente. El alumno trabajará sobre la autobiografía de su aprendizaje en Matemática la que continúa construyéndose a lo largo del año incorporando las experiencias institucionales. Esta autobiografía permitirá comenzar a reflexionar sobre las prácticas educativas y sobre cómo aprendemos, desde la propia experiencia del individuo. El hilo conductor del curso consiste en un análisis sucesivo de todos los aspectos que el estudiante ha construido sobre su propia experiencia en relación al aprendizaje de la matemática. El propósito es abrirle diferentes perspectivas que le permitan volver a pensar a la matemática, su aprendizaje y su enseñanza, para comenzar a construir su ser docente desde un punto de vista más libre.

OBJETIVOS

Generar espacios adecuados durante el desarrollo del curso que permitan a los estudiantes:

- Analizar críticamente las experiencias personales relativas a la enseñanza y aprendizaje de la matemática.
- Leer y analizar textos relacionados a la matemática y su enseñanza.
- Comenzar a delimitar elementos para su futura observación de clase desde una perspectiva personal.
- Comenzar a construir el ser docente desde una perspectiva crítica.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

<table>
<tr><td>¿Qué es la matemática?
¿En qué consiste la actividad matemática?
La resolución de problemas como motor de la ciencia matemática y como construcción de sentido. La resolución de problemas como actividad matemática.</td><td rowspan="2">Diferentes concepciones acerca de la matemática, de su enseñanza y de su aprendizaje, y su incidencia en las prácticas de aula.</td><td rowspan="3">Autobiografía del aprendizaje de la matemática.</td></tr>
<tr><td>¿Qué es aprender matemática?
¿Qué es enseñar matemática?
Distintos enfoques de la enseñanza.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Actitudes hacia la matemática.
Cómo fomentar actitudes positivas hacia la matemática.
La matemática y la literatura.
La matemática y la música.
La matemática y las artes visuales.
La matemática y las ciencias.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Análisis de modelos docentes y vistas al futuro: un viaje personal.
Construcción del rol docente. Dimensión ética sobre la labor profesional del docente.</td></tr>
</table>

METODOLOGÍA

Se propone partir de “modelos”, de concepciones existentes en el estudiante y “ponerlas a prueba” para mejorarlas, modificarlas o construir nuevas. La fuente de estos “modelos” la constituye la autobiografía. El docente a cargo del curso de didáctica, propone y organiza diferentes actividades, tratando de enfrentar a los estudiantes a un conflicto. Desestabilizar para reorganizar, pero reorganizar conociendo nuevas posibilidades. Los estudiantes deberán buscar materiales, leer, discutir, proponer alternativas y confrontarlas con las de sus pares.

BIBLIOGRAFÍA

Alsina, C. (2007). Educación Matemática e Imaginación. *Revista Unión*, (11), 9-17.

Amster, P. (2004). *La Matemática como una de las bellas artes*. Buenos Aires: Siglo Veintiuno.

Benedetti, M. (1990). El triángulo isósceles. En *Despites y Franquezas*. Madrid: Alfaguara.

Balbuena, L. (2006). *Cuentos del cero*. España: Nivola.

Carroll. L. (2000). *Los Libros de Alicia. La caza del Snark, cartas y fotografías*. Buenos Aires: Ediciones de la flor.

Clements, D. H. & Battista, M. T. (1990). Constructivist learning and teaching. *Arithmetic Teacher* (September).

Courant, R. y Robbins, H. (1971). *¿Qué es la matemática?* Madrid: Aguilar.

Charnay, R. (1988). *Aprender (por medio de) la resolución de problemas*. En *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Cecilia Parra e Irma Saiz (Compiladoras) (1995). Paidós Educador.

Davis, P. y Hersh, R. (1988). *Experiencia Matemática.* Barcelona: Labor y MEC.

Doxiadis, A. (2001). *El tío Petros y la conjetura de Goldbach*. Madrid: Ediciones B.

Dubinsky, E. (2000). De la investigación en matemática teórica a la investigación en matemática educativa: un viaje personal. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 3 (1), 47-70.

Dunham, W. (2002). *Viaje a través de los genios*. Madrid: Pirámide.

Fenstermacher G. y Soltis J. (1999). *Enfoques de enseñanza*. Buenos Aires: Amorrortu.

Gómez Chacón, I. (2000). *Matemática Emocional*. Madrid: Narcea.

Martínez, G. (2005). *Crímenes imperceptibles*. Buenos Aires: Booket.

Palacios, A. y Catarino, A. (2005). *Pitágoras de Samos y sus redonditos de Sumota*. Buenos Aires: Lumen.

Perelman, Y. (1959). *Matemáticas Recreativas*. Moscú: Ediciones en Lenguas Extranjeras.

Perelman, Y. (1959). *Álgebra Recreativa*. Moscú: Ediciones en Lenguas Extranjeras.

Perero, M. (1994). *Historia e historias de matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Santaló, L. y colaboradores. (1999). *Enfoques. Hacia una didáctica humanista de la matemática*. Buenos Aires: Troquel.

Smullyan, R. (1978). *¿Cómo se llama este libro?* Madrid: Ediciones Cátedra.

Smullyan, R. (1998). *Enigma de Sherezade*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics teaching 26(3), 9-15.*

Tahan, M. (1995). *El hombre que calculaba*. Barcelona: Aedo.

Teixidor, E. (1994). *El crimen de la Hipotenusa*. Madrid: Catamarán.

Zapico, I. y otros. (2006). *Matemática en su salsa. Historia, arte y juegos*. Buenos Aires: Lugar Editorial.

Programas
de
Segundo Año

PLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**2º AÑO**
ASIGNATURA	**ANÁLISIS I**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**7 Horas SEMANALES**

FUNDAMENTACIÓN

El curso de Análisis I, tradicional en la formación de profesores, no sólo en el Uruguay sino a nivel mundial, proporciona un cimiento fundamental para dicha formación. Además de brindar un conocimiento aplicable directamente a los cursos que luego el docente dictará en la Educación Media, aporta el inicio en la formación en análisis matemático. Este curso cuenta con los primeros aspectos topológicos notorios, los primeros estudios de convergencia y las primeras aplicaciones de la matemática a la optimización y a la modelación de diversas situaciones tanto matemáticas como de otras ramas del conocimiento.

Luego de aprobar este curso será posible seguir avanzando en el conocimiento en análisis y en topología, por lo tanto este programa está correctamente articulado con estas asignaturas de tercer año.

OBJETIVOS

Al tratarse de un curso de cálculo con introducción al análisis, el mismo se basa en el estudio de la teoría de sucesiones y series numéricas, cálculo diferencial e integral y análisis real. Para este fin se estima que el estudiante debe ser capaz de:

- Interpretar gráficas y elaborarlas.
- Resolver por distintos métodos, tanto ecuaciones como inecuaciones, ya sean, trigonométricas, exponenciales, logarítmicas, racionales, irracionales, polinómicas, algebraicas.
- Ser solvente en el cálculo de límites y en el manejo de las principales técnicas del cálculo.
- Ser solventes en el cálculo integral, ya se trate de integrales de Riemann como de integrales impropias y saber interpretar los resultados obtenidos.
- Resolver con creatividad problemas y manejar datos relacionados a asuntos geométricos y también de otras ramas del conocimiento, modelándolos adecuadamente.
- Poseer espíritu científico, pensamiento crítico, claridad conceptual y precisión en el lenguaje.

METODOLOGÍA

El curso tiene una componente teórica sumamente formativa para el futuro profesor de matemática. Al mismo tiempo es un contenido con una gran cantidad de ejercicios que refuerzan el conocimiento y resulta ser una herramienta muy útil para la resolución de problemas. Si bien el curso es muy amplio se entiende que el docente a cargo del mismo deberá realizar una buena selección del contenido a desarrollar en el aula y dejará el resto para que el estudiante pueda estudiar, aplicar e incorporar. Para este fin el docente facilitará el material y recomendará la bibliografía que considere mejor. Esta sugerencia se hace más particularmente necesaria en la unidad 3 ya que es una parte del programa en la que el docente podría extenderse demasiado dado que usualmente los estudiantes presentan enormes carencias en esos contenidos, los que en un comienzo de su formación en la enseñanza media debieron aprender. Esto ha hecho que algunas oportunidades se haya pretendido reproducir un curso de nivel secundario en la formación docente. Se estima que el Departamento de Matemática proveerá el apoyo necesario para superar ese tipo de insuficiencia y que el docente del curso se deberá remitir a profundizar el trabajo correspondiente a los contenidos fijados en función de los objetivos del curso.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

1. Revisión de número real y su topología. Estructura, axiomática, numerabilidad, topología.

2. Sucesiones y series numéricas. Sucesiones reales, límites, infinitos e infinitésimos, teoremas relativos, límites “tipo”. Propiedades, linealidad, operatoria, etc. Subsucesiones, teoremas relativos, propiedades. Vínculos con topología de los reales. Series, convergencia, divergencia, series oscilantes. Propiedades generales. Series de términos positivos, criterios. Series alternadas, criterios, convergencia absoluta y condicional. Noción sobre reordenación de series.

3. Funciones reales: selección de resultados centrales. Funciones reales. Límites, teoremas de enlace. Infinitos e infinitésimos, teoremas relativos. Continuidad y derivabilidad en un punto y en intervalos. Principales resultados, extremos relativos y absolutos, crecimiento, etc.Continuidad uniforme.

4. Desarrollos de Taylor. Desarrollos de Taylor y Mac Laurin. Teoremas relativos, aplicaciones. Polinomio y resto de Taylor; expresiones de resto según Lagrange y otros, aplicaciones. Orden y parte principal de infinitésimos, aplicaciones al cálculo de límites, clasificación de series numéricas y a la clasificación de extremos relativos. Principales resultados.

5. Integral de Riemann, sumas de Riemann. Partición de un intervalo, sumas inferiores y superiores de Darboux, propiedades. Funciones Riemann integrables. Propiedades. Linealidad, aditividad, monotonía, etc. Condiciones suficientes, necesarias y necesarias y suficientes. Teorema fundamental, Teorema del valor medio, regla de Barrow. Métodos de integración, aplicaciones, resolución de

problemas. Sumas de Riemann, principales resultados. Aplicaciones: longitud de arcos, áreas y volúmenes de sólidos de revolución. Centros de masa, etc.

6. Integrales impropias y vinculación con series. Integrales impropias de primera y segunda especie, convergencia y divergencia. Propiedades, linealidad, aditividad, monotonía, método de partes y sustitución. Principales resultados. Integrandos de signo constante, criterios de clasificación. Integrandos con signo variable, principales resultados.

BIBLIOGRAFÍA

Apostol, T. *Calculus.* Vol. I. Editorial Reverte

Apostol, T. *Análisis Matemático*. Editorial Reverté

Kudriavtsev, L. *Curso de Análisis Matemático*. Tomo I, Editorial MIR.

Lages Lima, E. *Curso de Análise*, Vol. I, Projeto Euclides No 13, IMPA.

Linés, E. *Principios de Análisis Matemático*. Editorial Reverté.

Rudin, W. *Principios de Análisis Matemático*. Ed. del Castillo.

PLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**2º AÑO**
ASIGNATURA	**ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**8 HORAS SEMANALES**

FUNDAMENTACIÓN

El Álgebra lineal es una poderosa herramienta de múltiples aplicaciones tanto dentro como fuera de la matemática, y es además, sostén teórico de la geometría. Es una asignatura ineludible del currículo de la formación de Profesores.

Se propone introducir rápidamente la definición abstracta de espacio vectorial. El fundamento de tal decisión reside en que este tratamiento muestra toda la potencia y la belleza de la asignatura como elemento globalizador, y el único requisito para su abordaje es estar familiarizado con el concepto de estructura algebraica.

OBJETIVOS

Se pretende que los estudiantes:

- Se apropien de un modelo ineludible en la matemática y la ciencia actual, que les permita acercarse a la ciencia y sus aplicaciones.
- Estudien un desarrollo preciso y sin ambigüedades de la geometría analítica.
- Experimenten el trabajo en espacios no habituales (de dimensión mayor que 3, de funciones, de polinomios, etc.) donde la intuición tradicional no es posible.
- Incorporen un enfoque algebraico de las transformaciones vistas en geometría desde el punto de vista sintético; no para sustituir esa visión sino para enriquecerse incorporando otra perspectiva.
- Puedan apreciar un modelo para la geometría euclidiana.
- Establezcan un primer contacto con funciones de varias variables al tratar el tema de transformaciones lineales.
- Tomen contacto con aplicaciones contemporáneas de la matemática como son los códigos correctores de errores, la compresión de imágenes, el algoritmo "page rank" de Google, entre otras.

METODOLOGÍA

La presencia de esta asignatura en el segundo año permitirá un trabajo por parte del estudiante más independiente del docente. La asignatura es particularmente apropiada para que los alumnos conjeturen y demuestren, y brinda un ámbito propicio para que los estudiantes, ya sea en forma individual o trabajando en equipos, estudien y expongan un tema en clase, como por ejemplo determinantes. El docente responsable de la asignatura orientará a cada grupo para que el tema sea abordado desde los distintos enfoques, analizando las ventajas y desventajas de cada uno de ellos. El desarrollo de los aspectos teóricos será acompañado con el desarrollo del práctico. La metodología a emplear en clase asumirá múltiples formas, desde la posición del docente tradicional hasta la de centrar el protagonismo en el alumno. El docente promoverá aquellas instancias que a su entender, posibiliten el descubrimiento y la construcción de conocimiento. Se pondrá especial énfasis en estimular la lectura de los textos recomendados en la bibliografía. Atender estas dos facetas contribuye a los aspectos formativos y pone al estudiante en el camino de asumir su autoformación.

Es recomendable destacar el poder globalizador que tiene esta asignatura. Genera sorpresa y un particular interés, trabajar con una teoría que va mas allá de la intuición y reconocer conceptos ya aprendidos en el marco de una teoría más general.

También es conveniente la utilización de software informático que facilite operaciones tediosas como ser: hallar una matriz inversa, calcular un determinante u ortonormalizar una base, permitiendo así que el estudiante se concentre en lo conceptual.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

Sistemas de ecuaciones

Descripción matemática del conjunto solución. Presentación de R^n. Clasificación, nomenclatura tradicional. Método de Gauss. Sistemas lineales. Sistemas homogéneos.

Espacios vectoriales

Definición y ejemplos. Espacio de las n-plas de reales, espacio de los polinomios, espacios funcionales y como caso particular el de las matrices. Subespacios; operaciones con subespacios. Dependencia lineal. Bases y dimensión. Aplicación a los sistemas de ecuaciones. Espacio cociente.

Espacios vectoriales euclidianos

Producto interno, definición y ejemplos. Norma inducida por el producto interno, propiedades. Ejemplos de espacios vectoriales con producto interno y ejemplos de espacios normados. Ángulo entre dos vectores. Ortogonalidad. Proyecciones ortogonales. Bases ortogonales y ortonormales. Aplicaciones.

Espacios afines y espacios euclidianos

1) Espacios afines. Definición y propiedades. Ejemplos, en particular R^2 y R^3. Variedades lineales rectas, planos e hiperplanos. Paralelismo. Variedad lineal generada. Sistema de coordenadas. Ecuaciones de rectas y de planos.

2) Espacios euclidianos, definición. Distancia. Variedades ortogonales y perpendiculares. Proyección ortogonal. Distancia de un punto a una variedad lineal. Ecuaciones normales de recta y plano. Distancia de un punto a una recta y a un plano.

Transformaciones lineales (TL)

Definición y ejemplos. Núcleo e Imagen de una TL; dimensiones. Isomorfismos y automorfismos. TL con valores asignados. Representación matricial. Operaciones con TL. Isomorfismo entre TL y matrices. Producto de matrices, propiedades, matriz inversa. Determinantes. Teoremas de isomorfismo sobre espacios cocientes. Espacio Dual.

Valores y vectores propios

Definición, ejemplos, propiedades. Suebespacios invariantes. Diagonalización. Condición necesaria y suficiente. Cálculo de valores propios. Polinomio característico. Cambio de base. Matrices semejantes.

Operadores ortogonales (OO) y de semejanza

Operadores ortogonales. Definición. Los OO como isometrías. Matriz asociada a un OO. Matrices ortogonales. Definición. Propiedades. Operadores de semejanza. Definición. Propiedades. Descomposición. Teorema espectral. Operadores ortogonales y de semejanza en R^2 y R^3.

Afinidades

Afinidades, definición y propiedades. Isometrías, semejanzas y homotecia en un espacio euclidiano. Definición, ecuaciones y propiedades. Análisis de puntos fijos. Isometrías y semejanzas planas y del espacio, formas canónicas de estas transformaciones, análisis de los distintos tipos, interpretación geométrica.

Cónicas y cuádricas

Operadores simétricos reales. Diagonalización. Formas cuadráticas. Reducción a la forma diagonal. Aplicaciones a la geometría analítica. Estudio de la ecuación general de segundo grado. Cónicas.

BIBLIOGRAFÍA

Hernández E. (1994). *Álgebra y Geometría*. Madrid: Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid.

Rojo A. (1998). *Álgebra II*. Buenos Aires: El ateneo.

Apóstol T. (1976). *Calculus.* Tomo I y II. Barcelona: Reverté.

Gil O. (2005). Geometría y Álgebra lineal 1. Montevideo: Oficina de publicaciones del CEI.

Gil O. (2005). *Geometría y Álgebra lineal 2*. Montevideo. Oficina de publicaciones del CEI.

Lages Lima, E (1998). *Álgebra linear*. Río de Janeiro: IMPA.

Lages Lima, E (2001). Geometria Analítica e álgebra linear. Río de Janerio: IMPA.

Grossman, S. (1996). *Álgebra Lineal*. México: Ed. Mc Graw Hill.

PLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**2º AÑO**
ASIGNATURA	**DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA I**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**3 HORAS SEMANALES**

FUNDAMENTACIÓN

La necesidad de un curso de Didáctica de la Matemática surge de los principios fundamentales que sustentan la formación de docentes para la enseñanza media en el Uruguay: la formación en las Ciencias de la Educación, en Matemática, y en Didáctica-Práctica Docente de la Matemática.
Los contenidos seleccionados buscan aportar al estudiante de profesorado de matemática, los primeros elementos para abordar la práctica educativa (que en este curso se realiza en primer ciclo de la enseñanza media) desde un punto de vista profesional y reflexivo.
El profesor debe poseer sólidos conocimientos en la disciplina que va a enseñar pero si en algo se ha de distinguir del investigador, del erudito, del estudioso, es por su especialización en la tarea de clase. Es en este último aspecto donde cobra especial importancia esta asignatura.
Este programa no debe entenderse como una enumeración lineal de temas que el docente del curso de Didáctica debe abordar en forma sucesiva, sino como un conjunto de tópicos en los que el futuro profesor debe estar formado y que se irán profundizando en los cursos subsiguientes.

OBJETIVOS

Generar espacios adecuados durante el desarrollo del curso que permitan a los estudiantes:

- Tomar conciencia de que el proceso de formación de un profesor se realiza durante toda la vida.
- Reconocer el papel de la Didáctica de la Matemática en su formación profesional.
- Crecer en la apertura hacia la crítica de los otros y en la autoreflexión y la autocrítica, para favorecer su superación como profesionales.
- Internalizar fundamentos de la ética profesional con su aplicación desde la práctica docente.
- Adquirir en forma paulatina y constante, conocimientos y competencias relativas a la práctica profesional, y basarlos en una sólida fundamentación teórica.

METODOLOGÍA

El profesor de Didáctica planteará a sus estudiantes actividades que promuevan la discusión y reflexión acerca de los procesos de enseñar y de aprender matemática. El uso de metodologías que sean coherentes con las que los estudiantes utilizarán en su práctica docente, contribuirán a la consolidación de la unidad Didáctica-Práctica.
Entendemos valioso que en este primer curso de Didáctica con práctica, los estudiantes puedan integrarse a los grupos de práctica en pequeños grupos, para que la observación y reflexión posterior sobre las prácticas se vea más enriquecida a través de la interacción entre pares.
El docente de Didáctica promoverá las visitas de clase entre los estudiantes del mismo curso de Didáctica, generando así, instancias de reflexión conjunta.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

1. METAS DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Metas individuales y sociales, en relación al Uruguay contemporáneo.
El derecho a la educación: el acceso a la educación matemática.

2. OBJETIVOS DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Diferentes perspectivas en torno a los objetivos de la educación matemática.

3. LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA
Evolución de la problemática didáctica.
La didáctica de la matemática como disciplina científica.

4. LA OBSERVACIÓN DE HECHOS EDUCATIVOS
La observación. Sus potencialidades y limitaciones.
La observación participante.

5. EL ROL DOCENTE
Diferentes modelos de la enseñanza de la matemática y el rol del docente en cada uno de ellos.
Aspectos éticos de la actividad profesional.

6. PLANIFICACIÓN DE LA LABOR DOCENTE
Planificación de clase y de unidad temática.
Análisis y crítica de textos usuales.
La preparación de bibliografías.
Estrategias metodológicas.
El material de apoyo y los recursos didácticos.
El uso didáctico de las TIC

7. INTRODUCCIÓN A LA EVALUACIÓN

¿Qué evaluamos?
¿Cómo evaluamos?
¿Para qué evaluamos?
¿Cuándo evaluamos?
Los componentes de la evaluación:

- Comprender el problema de la evaluación.
- Planificar la evaluación.
- Recoger los datos.
- Analizar los datos.
- Informar sobre los resultados de la evaluación.
- Proporcionar recomendaciones.

BIBLIOGRAFÍA

Adda, J. (1987). Elementos de didáctica de las matemáticas. (Trad. Arreguin, G. y Olvera, M.) Sección de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN. México.

Álvarez Méndez, J. (1995). "Valor social y académico de la evaluación". En *Volver a pensar la educación*. (Vol. II). Prácticas y discursos educativos. Madrid: Ediciones Morata. Pp. 173-193.

Astolfi, J. (1999). *El "error" un medio para enseñar*. Sevilla: Díada Editora.

Brousseau, G. (1995). Los diferentes roles del maestro. En *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Cecilia Parra e Irma Saiz (Compiladoras). Buenos Aires: Paidós Educador.

Casanova, M. (2001). *Manual de Evaluación Educativa*. Madrid: Editorial La Muralla. Pp. 57- 92.

Camilloni, A., Celman, S., Litwin, E., Palou, M., (1998). *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo*. Buenos Aires: Paidós.

Charnay, R. (1988). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En Cecilia Parra e Irma Saiz (Comps.), *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós Educador.

Chevallard, Y., Bosch, M., Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Cuadernos de educación 22. Barcelona: Editorial Horsori.

Clements, D. H. & Battista, M. T. (1990). Constructivist learning and teaching. *Arithmetic Teacher* (September).

García, F. (1997). El Rincón de la Calculadora Gráfica. *NÚMEROS. Revista de didáctica de matemática,* Volumen 29.

Giménez, J. (1997). *Evaluación en Matemáticas*. Madrid: Editorial Síntesis.

Grupo Cero de Valencia (1987). *De 12 a 16. Un proyecto de currículum de matemáticas*. Valencia: Mestral Libros.

Merieu, P. (1992). *Aprender, sí. Pero ¿cómo?* Barcelona: Octaedro.

Perero, M. (1994). *Historia e historias de matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Pomerantz, H. (1997). *The role of calculators in math education*. En http://education.ti.com/educationportal/sites/US/nonProductSingle/research_therole.html

PRO CIENCIA (1986). *Matemática. Metodología de la enseñanza*. Buenos Aires: Conicet.

Sales, M. (2002). *Evaluación y calidad de la educación*. En http://www.crandon.edu.uy/congreso1/sales.doc

Santaló, L. (1986). *La enseñanza de la matemática en la escuela media*. Buenos Aires: Editorial Docencia.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics teaching 26(3), 9-15.*

Zabala, A. (1995). *La práctica Educativa. Cómo Enseñar*. Barcelona: Graó.

Programas de Tercer Año

PLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**3er. AÑO**
ASIGNATURA	**ANÁLISIS II**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**6 HORAS SEMANALES**

FUNDAMENTACIÓN

Este curso ha sido diseñado en coordinación con los cursos de Análisis I de segundo año, Topología de tercer año y Profundización de cuarto año. Resulta ser una continuación natural del curso de Análisis I, donde el estudiante adquirió conocimientos sobre sucesiones, series, cálculo diferencial e integral. Durante en este curso continuará su formación alcanzando así el nivel necesario para un profesor de Educación Media en nuestro país. Por otra parte, para aquellos estudiantes que se interesen en profundizar aún más su formación en análisis, este curso les proveerá los contenidos necesarios para optar por el curso de Profundización en Análisis de cuarto año.

Este curso se complementa de forma ideal con el de Topología ya que varios de los temas tratados pueden ser planteados también desde un punto de vista topológico. Por ese motivo se opta por tratar algunos temas en ambos cursos de forma complementaria, por ejemplo, algunos aspectos del tema ecuaciones diferenciales (unicidad, punto fijo, Picard, aproximaciones sucesivas) y otros de funciones de varias variables.

OBJETIVOS

Al igual que las otras asignaturas específicas de la carrera, su objetivo final es formar Profesores de Matemática para la Educación Media. Por este motivo, los estudiantes deberán obtener sólidos conocimientos y amplio dominio de las estructuras matemáticas, adquirir un profundo sentido crítico comprendiendo la formalidad de la Matemática y sus demostraciones, para ser capaces de aplicar esos conocimientos a situaciones nuevas, ya sean éstas teóricas, prácticas o vinculadas a la resolución de problemas.

Para ello se pretende profundizar los conocimientos adquiridos en el curso de Análisis I referidos a:

▪ Sucesiones y series, se estudiarán las sucesiones y series de funciones, pasando a trabajar en otros contextos topológicos, incorporando distintos conceptos de convergencia. Se dará un énfasis particular al estudio de las series de potencias y sus principales propiedades y las series de Fourier.
▪ Cálculo diferencial, en este caso de funciones de varias variables, principalmente al estudio de continuidad, diferenciabilidad, etc.
▪ Cálculo integral, incorporando el estudio de las integrales dependientes de un parámetro, ya sean propias o impropias, y también en lo relativo al estudio de las integrales múltiples.
▪ Introducir el estudio de las ecuaciones diferenciales elementales ordinarias, reconocer las estructuras matemáticas que nos permiten resolverlas, abordar diversos problemas con las mismas y aplicar esos resultados a distintas ramas del conocimiento.
▪ Vincular los distintos aspectos del curso con el de Topología.

METODOLOGÍA

Los temas son variados y todos ellos pueden ser tratados con diversa profundidad. Se estima adecuado que en ellos estén presentes dos aspectos:

▪ Teórico. Se sugiere que se desarrolle de manera sólida destacando en todo momento aquellos puntos que marquen lo más relevante del análisis. Un aspecto positivo es permitir que los estudiantes preparen y expongan algunos resultados. El docente indicará bibliografía y orientará a los estudiantes para tales efectos y para los contenidos del programa que no sean abordados en el curso. En virtud del Reglamento de Evaluación vigente, tanto los exámenes libres como los reglamentados abarcarán la totalidad del programa.

▪ Práctico. El material existente es abundante y en este sentido se pretende que el docente seleccione no solamente ejercicios sino que también presente algunos de los problemas que se pueden resolver con la herramienta matemática.

Se considera que el docente a cargo de este curso deberá cumplir con los objetivos del mismo manteniendo un equilibrio entre los aspectos mencionados.

El Departamento de Matemática tomará los recaudos necesarios para que el docente coordine con los responsables de los cursos de Topología y Probabilidad y Estadística.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

1. Funciones de varias variables

Nociones topológicas en R^n. Límites, continuidad, derivadas parciales y direccionales. Interpretaciones geométricas. Diferenciabilidad. Condiciones suficientes, necesarias y necesarias y suficientes. Diferenciabilidad de la compuesta. Diferenciabilidad de órdenes superiores. Gradiente. Desarrollos de

Taylor. Puntos estacionarios, interpretaciones geométricas, aplicaciones. Criterios de clasificación. Máximos y mínimos en compactos. Extremos condicionados.

2. Integrales dependientes de un parámetro.
Integrales propias e impropias dependiente de un parámetro. Convergencia, continuidad, derivabilidad e integración de funciones definidas por una integral paramétrica. Regla de Leibniz. Teoremas de interversión.

3. Integrales dobles y triples.
Definiciones. Criterios. Conjuntos de contenido nulo. Fubini. Cálculos, aplicaciones a áreas y volúmenes, centro de masa, momentos, etc. Cambio de coordenadas: polares, cilíndricas, esféricas.

4. Sucesiones y series de funciones.
Sucesiones de funciones: Convergencia puntual y uniforme. Continuidad, Derivabilidad, Integrabilidad, impropias. Teoremas de interversión del orden. Series de funciones. Convergencia puntual y uniforme, criterios relativos; continuidad, derivabilidad e integrabilidad término a término. Series de Fourier.

5. Ecuaciones diferenciales.
De variables separables, lineales de primer orden, Bernoulli y Riccati. Aplicaciones y resolución de problemas (trayectorias ortogonales, desintegración radiactiva, crecimiento de poblaciones, caída en un fluido viscoso, leyes de enfriamiento-calentamiento, etc).
Segundo orden. Coeficientes constantes. Teoremas de existencia y unicidad. Búsqueda de soluciones particulares de la ecuación no homogénea, métodos de coeficientes indeterminados, wronskiano, etc. De coeficientes variables, método de D'Alembert (reducción de orden). Métodos de series de potencias. Aplicaciones y resolución de problemas (oscilaciones mecánicas y eléctricas, libres o forzadas, etc).

BIBLIOGRAFÍA

Apostol. *Calculus*. Vol. I y II. Reverté

Apostol. *Análisis Matemático*. Reverté.

Kudriatsev. *Curso de Análisis Matemático*, vol. I y II. Mir.

Boyce Di Prima. *Ecuaciones Diferenciales y problemas con valores en la frontera*. Limusa.

Lines. *Principios de Análisis Matemático*.

PLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**3er. AÑO**
ASIGNATURA	**PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**6 HORAS SEMANALES**

FUNDAMENTACIÓN

La Estadística Descriptiva, se reconoce por su desarrollo desde mucho antes de nuestra era. En el siglo XVII DC, se producen recién las primeras discusiones implicando cálculos probabilísticos a demanda de los juegos de apuesta. Sin embargo, muchos años más tarde se considera necesario una formalización de estos contenidos, en la teoría que hoy conocemos.

Hoy los constructos exceden la mera organización de lo que dio origen a esta nueva rama de la Matemática, caracterizada por su aplicabilidad a contextos inciertos, y la Estadística Inferencial ha pasado a constituirse en el fin mismo de los desarrollos probabilísticos: la estimación de parámetros desconocidos, (en forma puntual y por intervalos) y la contrastación de afirmaciones, acerca de alguna característica de interés en la población que se estudia, ocupan el lugar central.

La aplicabilidad a otras disciplinas, así como en particular, los muchos aportes que las Probabilidades y Estadística brindan a la investigación científico-disciplinar y a la investigación educativa, justifican ampliamente su inclusión en el currículo de formación inicial de docentes. Es fundamental que un futuro docente conozca en profundidad las herramientas que le son necesarias para decodificar la información de su entorno, así como también deberán abordar los contenidos implicados, sus futuros alumnos.

OBJETIVOS

Se trata de un curso, en que el análisis de situaciones en contextos de incertidumbre ocupa el lugar central. El desarrollo del pensamiento probabilista, requiere en muchos casos de una nueva forma de pensamiento y una concepción distinta de los problemas matemáticos, no siempre perfectamente delimitados y en condiciones determinadas. La discusión de las implicancias prácticas, en la toma de decisiones que se dan en la vida cotidiana y en el medio en que vivimos, se constituye en un claro objetivo, destacando la importancia del cálculo probabilista y de los aportes de la Estadística, más allá de sus vínculos con los juegos de apuesta. Si bien la creación de los primeros contenidos de la teoría, dio respuesta a las necesidades de analizar la conveniencia en las apuestas de este tipo de juegos, hoy la aplicabilidad es mucho más amplia.

METODOLOGÍA

Se plantea un curso, en el que las situaciones problemas, y la búsqueda de distintas herramientas teóricas para discutirlas y resolverlas, promuevan la profundización y sistematización de los distintos contenidos programáticos. Se entiende que los estudiantes deben estar permanentemente implicados en los avances conceptuales, desde su hacer y a partir de propuestas cuidadosamente diseñadas, en las que sea posible evidenciar la necesidad de incorporar nuevos contenidos. También cabe destacar, la necesidad de que los estudiantes realicen en muchos casos, y fuera del horario de clases, trabajos de reflexión en forma individual o grupal, según se estime conveniente.

El docente analizará de acuerdo a las características de su grupo, los distintos tipos de instrumentos de evaluación que le parezca conveniente usar. No obstante, entendemos que tratándose de una asignatura dentro de la formación inicial de docentes, sería bueno vincular la evaluación de este curso con los trabajos de investigación que el estudiante deba realizar en su carrera, atendiendo a la aplicabilidad factible de Probabilidad y Estadística en el campo de las investigaciones disciplinares y educativa. Es deseable que se coordine con los docentes de Investigación Educativa para promover un primer abordaje al trabajo de campo que como futuros docentes deberán realizar. Puede pensarse en trabajos con distintos niveles de dificultad, pasando desde un simple resumen de resultados, a la modelización que implica su análisis, a la simulación y hasta la verificación de hipótesis. El docente oficiará de Tutor de dichos trabajos los cuales deberán ser defendidos, ante el grupo al finalizar el curso. A modo de ejemplo, se propone para dicho proyecto considerar a los estudiantes del grupo de práctica y cuestionar las variables que podrían influir en el rendimiento de éstos. Es posible realizar encuestas a propósito de las variables identificadas, modelizar alguna de ellas, resumir datos. Así es viable visualizar, que las calificaciones en Matemática se distribuyen según un cierto modelo estudiado. A partir de la distribución de las calificaciones de la clase, se puede simular a todos los grupos de un mismo nivel en el liceo en cuestión y hallar una estimación del número de estudiantes que obtendrán calificación suficiente y un intervalo de confianza para dicha estimación.

La estadística descriptiva es una herramienta útil para resumir información pero generalmente se ha abusado de su extensión en los cursos de profesorados, se propone que este tema sea incorporado a lo largo del año en coordinación con el trabajo final.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

1. Teoría axiomática de probabilidad:
    a) Sigma-álgebra, espacios probabilizables.
    b) Axiomas de Kolmogorov y espacios de Probabilidad.
    c) Probabilidad condicional, el teorema de Bayes, independencia.

2. Variables aleatorias:
    a) Función de distribución.

b) Variables aleatorias discretas y absolutamente continuas.
c) Variables aleatorias discretas y aplicaciones: uniforme, binomial, geométrica, hipergeométrica, Poisson.
d) Variables aleatorias absolutamente continuas y aplicaciones: uniforme, exponencial, gamma, normal.
e) Tranformaciones de variables aleatorias. Simulación Montecarlo: aplicaciones a juegos de azar.

3. Esperanza matemática y otros momentos:
   a) Esperanza de una variable aleatoria y de transformaciones.
   b) Momentos, desvío estándar, Función Generatriz de Momentos, Función Característica.
   c) Otras medidas: Mediana, cuantiles, moda.

4. Vectores aleatorios:
   a) Función de distribución.
   b) Vectores aleatorios discretos y absolutamente continuos.
   c) Independencia de variables aleatorias.
   d) Transformaciones de vectores en variables aleatorias. Distribuciones clásicas usadas en estadística (Chi cuadrado, F de Fisher, T de student).
   e) Esperanza y varianza de funciones de vectores aleatorios (suma y producto). Covarianza.

5. Teoremas límites en Probabilidad:
   a) Desigualdad de Markov y Chébishev: Ley débil de los Grandes Números.
   b) Teorema de Grandes Desvíos.
   c) Convergencia en probabilidad y casi segura: Ley fuerte de los Grandes Números.
   d) Convergencia en distribución: El Teorema del Limite Central.

6. Estimación puntual y por intervalos:
   a) Estimadores: sesgo , consistencia. La función de verosimilitud.
   b) Error cuadrático medio y la cota de Cramer-Rao, eficiencia de un estimador.
   c) Métodos de estimación: métodos de los momentos y máxima verosimilitud.
   d) Intervalos de confianza: Poblaciones normales y no normales.

7. Prueba de hipótesis:
   a) Planteo del problema. Tipos de errores.
   b) La región crítica de Neymann Pearson. La región critica del cociente de verosimilitudes.
   c) Estimación y pruebas de hipótesis para muestras de poblaciones normales.
   d) Vínculo entre intervalos de confianza y regiones críticas.

BIBLIOGRAFÍA

William Feller. *Introducción a la Teoría de Probabilidades y sus aplicaciones*.

Barry R. James. *Probabilidade: um curso de nível intermediário*.

V. Petrov, E. Mordecki. *Teoría de Probabilidades*.

Enrique Cabaña. *Probabilidad y Estadística*.

Gonzalo Perera. *Probabilidad y Estadística Matemática*.

Jorge Blanco. *Probabilidad, Fundamentos de Teoría*.

Luis Santaló. *Probabilidad e Inferencia Estadística*.

J. Durá y J. López. *Fundamentos de Estadística*.

Alfonso Novales. *Estadística y Econometría*.

PLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**3er. AÑO**
ASIGNATURA	**TOPOLOGÍA**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**5 HORAS SEMANALES**

FUNDAMENTACIÓN

La Topología es eslabón central en el espectro de las áreas que conforman la Matemática moderna. Constituye la base del Análisis moderno, está en directa conexión con la Geometría, el Álgebra (Topología Algebraica), y los Fundamentos de la Matemática. Esta asignatura anual, vincula todo trayecto de formación docente de profesores de matemática.

OBJETIVOS

Con este primer curso de Topología esperamos que los estudiantes de profesorado de Matemática puedan:

- Incorporar las bases de Topología a través de un curso introductorio como el que presentamos.
- Entender la Topología a través de los Fundamentos de la Matemática, buscando una refundamentación y reordenamiento de las bases con que el alumno llegó al tercer año de profesorado.
- Conocer aplicaciones desde la Topología a otras áreas de la Matemática, como Análisis o Ecuaciones Diferenciales.
- Apreciar en el desarrollo de Grupo Fundamental un eslabón geométrico entre Topología y Álgebra.

METODOLOGÍA

Como se señaló en los objetivos, se pretende formar al estudiante en las bases de Topología a través de un curso introductorio. El planteo pasa inicialmente por entender la Topología a través de los Fundamentos de la Matemática, buscando una refundamentación y reordenamiento de las bases con que el alumno llegó al tercer año de profesorado. Esta asignatura se presta y ha de ser utilizada fuertemente para romper con las falsas imágenes conceptuales que frecuentemente el alumno genera y reconstruir nuevas imágenes que se adapten mejor a los diferentes conceptos que las imágenes intentan representar.

A través de los Teoremas de Punto fijo, Picard y Baire se buscará mostrar aplicaciones desde la Topología a otras áreas de la Matemática, como Análisis o Ecuaciones Diferenciales. El programa se cierra con Grupo Fundamental, eslabón geométrico entre Topología y Álgebra uno de los objetivos principales a desarrollar en el curso.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

- Revisión de conjuntos, funciones, relaciones, cociente.
- Numerabilidad.
- Espacios métricos:
  - Teorema de Cantor,
  - Teorema del punto fijo,
  - Teorema de Picard,
  - Teorema de Baire,
  - Aplicaciones.
- Espacios de funciones.
- Sucesiones y series de funciones.
- Espacios topológicos:
  - Definiciones, bases.
  - Axiomas de numerabilidad
  - Propiedades de separación
- Compacidad.
- Conexión.
- Revisión de Grupos.
- Grupo fundamental.

BIBLIOGRAFÍA

Elon Lages Lima, Elementos de Topología Peral, Ao Livro Técnico, Rio de Janeiro, 1970.

George M^c Carty, Topology (An introduction with application to Topological Groups), Dover, 1967.

Elon Lages Lima, Espaços Métricos, Prometo Euclides, 1977.

Michael C. Gemignani, Elementary Topology, Dover, 1967.

Juan Horvath, Introducción a la Topología General, Organización de los Estados Americanos (OEA), Serie de Matemática (9), 1969.

Michel Zisman, Topología algebraica elemental, Madrid - Paraninfo, 1979.

John Kelley, Topología general, Buenos Aires – Eudeba, 1962.

PLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**3ª AÑO**
ASIGNATURA	**DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA II**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**3 HORAS SEMANALES**

FUNDAMENTACIÓN

La necesidad de un curso de Didáctica de la Matemática surge de los principios fundamentales que sustentan la formación de docentes para la enseñanza media en el Uruguay: la formación en las Ciencias de la Educación, en Matemática, y en Didáctica-Práctica Docente de la Matemática.

Los contenidos seleccionados buscan continuar aportando al estudiante de profesorado de matemática, elementos para abordar la práctica educativa (que en este curso se realiza en 2º o 3er. año de Bachillerato) desde un punto de vista cada vez más profesional y reflexivo.

El profesor debe poseer sólidos conocimientos en la disciplina que va a enseñar pero si en algo se ha de distinguir del investigador, del erudito, del estudioso, es por su especialización en la tarea de clase. Es en este último aspecto donde cobra especial importancia esta asignatura.

Este programa no debe entenderse como una enumeración lineal de temas que el docente del curso de Didáctica debe abordar en forma sucesiva, sino como un conjunto de tópicos en los que el futuro profesor debe estar formado y que se profundizarán en el curso subsiguiente.

OBJETIVOS

Generar espacios adecuados durante el desarrollo del curso que permitan a los estudiantes:

- Tomar conciencia de que el proceso de formación de un profesor se realiza durante toda la vida.
- Reconocer el papel de la Didáctica de la Matemática en su formación profesional.
- Crecer en la apertura hacia la crítica de los otros y en la autoreflexión y la autocrítica, para favorecer su superación como profesionales.
- Internalizar fundamentos de la ética profesional con su aplicación desde la práctica docente.
- Indentificar los elementos integrantes de las distintas corrientes de la Didáctica de la Matemática y los principales teóricos de la didáctica actual.
- Adquirir en forma paulatina y constante, conocimientos y competencias relativas a la práctica profesional, y basarlos en una sólida fundamentación teórica.

METODOLOGÍA

El profesor de Didáctica planteará a sus estudiantes actividades que promuevan la discusión y reflexión acerca de los procesos de enseñar y de aprender matemática. El uso de metodologías que sean coherentes con las que los estudiantes utilizarán en su práctica docente, contribuirán a la consolidación de la unidad Didáctica-Práctica.

El docente de Didáctica promoverá las visitas de clase entre los estudiantes del mismo curso de Didáctica, generando así, instancias de reflexión conjunta.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

1. OBJETIVOS DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA A NIVEL MEDIO SUPERIOR

Diferentes perspectivas en torno a los objetivos de la educación matemática en el nivel medio superior.

2. PLANIFICACIÓN DE LA LABOR DOCENTE

Planificación de clase, de unidad temática y de curso.
Análisis y crítica de textos usuales a nivel de la enseñanza media superior.
La preparación de bibliografías.
El uso de las TIC en la enseñanza de la matemática a nivel medio superior: uso de Sketchpad, Cabri, Derive, entre otros.
Diseño de materiales didácticos.

3. LOS DIFERENTES LENGUAJES EN LA CLASE DE MATEMÁTICA

La pregunta y la explicación didáctica.
Las diferentes representaciones de los objetos matemáticos.

4. EL ROL DE LAS DEFINICIONES EN LA CLASE DE MATEMÁTICA

¿Se aprende matemática a través de las definiciones?
¿En qué momento introducir una definición en la clase de matemática?
El papel de los ejemplos y no-ejemplos en la formación de conceptos.

5. LA DEMOSTRACIÓN EN LA CLASE DE MATEMÁTICA

¿Qué es demostrar?
La demostración en la comunidad matemática y la demostración en el ámbito escolar.
Diferentes tipos de pruebas.
Diferentes niveles de prueba.

6. ALGUNOS ASPECTOS DE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA, DEL ÁLGEBRA, DEL ANÁLISIS Y DE LA PROBABILIDAD

Problemas específicos de la enseñanza de la matemática, según diversas ramas (álgebra, geometría, análisis, probabilidad).
Visualización matemática.

7. EVALUACIÓN

Tipos de evaluación y sus funciones: la evaluación diagnóstico inicial, la evaluación formativa y permanente, la evaluación de síntesis.
La evaluación por normas o por criterios.
Los instrumentos de evaluación.
Problemas particulares que plantea la evaluación en matemática.
La evaluación y la consideración didáctica del error en matemática.

BIBLIOGRAFÍA

Actividad con calculadora gráfica "La Ecuación de la Recta" de Jorge Barco Albar en http://www.sinewton.org/elrincon/

Actividad con calculadora gráfica "Estimar la Derivada" de Francisco Puerta García en http://www.sinewton.org/elrincon/

Actividad con calculadora gráfica "Tratamiento Gráfico de la Función Logarítmica" de Francisco Puerta García en http://www.sinewton.org/elrincon/

Actividad con calculadora gráfica "El Dominio de Definición de una Función Racional y sus Asíntotas Verticales" de Amalia Sánchez Benito en http://www.sinewton.org/elrincon/

Álvarez Méndez, J. (1995). Valor social y académico de la evaluación. En *Volver a pensar la educación. Vol. II. Prácticas y discursos educativos*, pp. 173-193. Madrid: Ediciones Morata.

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. y Gómez, P. (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, 107 - 120. Una Empresa Docente. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Astolfi, J. (1999). *El "error" un medio para enseñar*. Sevilla: Díada Editora.

Bruner, J. (1997). *La educación puerta de la cultura*. Madrid: Visor.

Casanova, M. (2001). *Manual de Evaluación Educativa*, pp. 57-92. Madrid: Editorial La Muralla.

Camilloni, A., Celman, S., Litwin, E., Palou, M. (1998). *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo*. Buenos Aires: Paidós.

Chevallard, Y. (2000) *La transposión didáctica. Del saber sabio al saber enseñado.* Buenos Aires: Editorial Aique.

De Villiers, M. (1993). El papel y la función de la demostración en matemáticas. *Epsilon* 26, pp. 15-30.
Douady, R. (1999). Relation Function/al Algebra: An Example In High School (Age 15-16). CERME 1 Proceedings.

Dreyfus, T. y Hadas, N. (1995). Proof as an Answer to the Question Why. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, 95(5), 1-5.

Duval, R. (1992). *Gráficas y ecuaciones: la articulación de dos registros*. En R. Cambray, E. Sánchez y G. Zubieta (comp.), *Antología en educación matemática, material de apoyo para el seminario de educación matemática1*. Maestría en Ciencias, Especialidad en Matemática Educativa, Nivel Medio Superior. Cinvestav- IPN, pp 125-141.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano*. *Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cap.1. Cali: Universidad del Valle, Grupo de Educación Matemática.

Giménez, J. (1997). *Evaluación en Matemáticas*. Madrid: Editorial Síntesis.

Hanna, G. (1989). Proofs That Prove and Proofs That Explain. In: G. Vergnaud, J. Rogalski, and M. Artigue (Eds.), *Proceedings of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Paris, Vol. II, pp. 45-51.

Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría*. Buenos Aires: Libros del Zorzal. Pp. 103-117.

Leikin, R. y Winiki-Landman, G. (2000). On equivalent and non-equivalent definitions: Part 2. *For the Learning of Mathematics*, 20 (2), 24-28.

PRO CIENCIA (1986). *Matemática. Metodología de la enseñanza*. Buenos Aires: Conicet.

PRO CIENCIA (1987). *Análisis matemático. Su enseñanza. Módulo 2: Aparecen las derivadas*. Buenos Aires: Conicet.

Mercer, N. (1997). *La construcción guiada del conocimiento*. Barcelona: Paidós.

Merieu, P. (1992). *Aprender, sí. Pero ¿cómo?* Barcelona: Octaedro.

Sales, M. (2002). *Evaluación y calidad de la educación*. En http://www.crandon.edu.uy/congreso1/sales.doc

Skemp, R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics teaching,* 26(3), 9-15.

Vinner, S (1991). *The role of definitions in teaching and learning*. En D. Tall (ed)*,* *Advanced Mathematical Thinking,* pp. 65-81. Dordretch: Kluwer.

Zabala, A. (1995). *La práctica Educativ*a. Cómo Enseñar. Barcelona: Graó.

Zimmermann, W. & Cunningham, S. (Eds.) (1991). Editors' Introduction: What is Mathematical Visualization? En *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*. USA: MAA.

Programas de Cuarto Año

PLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**4º AÑO**
ASIGNATURA	**ANÁLISIS DEL DISCURSO MATEMÁTICO ESCOLAR**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**5 HORAS SEMANALES**

FUNDAMENTACIÓN

La asignatura *“Análisis del discurso matemático escolar”* tiene por objetivo proveer al futuro profesor de elementos teóricos y empíricos que le permitan reflexionar acerca de la asignatura que va a enseñar, sobre su estado actual, aportando opiniones y sugerencias que posibiliten a la postre convertirlos en formas metodológicas, atendiendo a los aspectos cognitivos, didácticos y epistemológicos, relativos a cualquier saber a enseñar. Ante la inmensa producción científica referida a los problemas de aprendizaje de la Matemática que se viene generando desde hace apenas 30 años y que no podemos seguir ignorando, se hace necesario reflexionar sobre la transformación del discurso matemático escolar, abandonando la perspectiva ingenua desde la cual generalmente se enseña, transitando hacia una perspectiva que atienda los resultados de investigación.

Se concibe la asignatura como el diálogo entre los discursos del *saber sabio* y del *saber a enseñar* y su vínculo desde la Didáctica, destacando los dominios de validez en los correspondientes contextos. Es un espacio integrador de los contenidos de la carrera, donde se tratan aspectos de la Matemática como objetivo de enseñanza en función de objetivos de aprendizaje. Esta asignatura constituye también, un espacio propicio para promover las grandes síntesis, como las que son necesarias, por ejemplo, a la hora de resolver problemas. Se busca que los estudiantes manejen los conceptos no sólo en relación a la secuencia y organización en que fueron aprendidos en su biografía escolar, sino que puedan aplicarlos en situaciones didácticas en búsqueda de una estrategia de resolución. Se aspira a que el estudiante se enfrente a problemas que sacudan toda la *“mochila”* de conocimientos adquiridos hasta entonces en la carrera para construir un nuevo conocimiento: los vínculos entre ellos; identificando y consolidando los conceptos transversales de la Matemática.

Generalmente el practicante en la conquista de su rol profesional, a la hora de planificar en los distintos niveles (de clase, de unidad temática) no conecta con acierto los insumos de las asignaturas específicas con el discurso escolar. En los cursos de Matemática, los contenidos son tratados como objetos de aprendizaje y salvo excepciones es comentado su abordaje como objetos de enseñanza. Esta traslación debe acompañarse desde la reflexión y reformulación de los propios contenidos puntuales. Esta asignatura pretende redimensionar los conceptos, tomar contacto con la producción de la investigación didáctica y poder así identificar los obstáculos de enseñanza y prever el diseño de actividades para el aula de Enseñanza Media que devengan en aprendizajes.

Se trabajará en la confección de unidades didácticas, sobre temas ineludibles de Enseñanza Media, analizando las dificultades de su transposición, comparando los enfoques tradicionales (tomando como fuente, por ejemplo, los textos del alumno) con las recientes investigaciones didácticas. Se plantearán problemas históricos que encierran la génesis de teorías desarrolladas posteriormente, analizando el devenir de su solución. La proposición de este tipo de problemas opera como disparador cuya resolución implica la reedición del tema, permite reparar omisión de información o enriquecerla, para luego abocarse al análisis didáctico.

Las unidades didácticas temáticas se realizarán teniendo en cuenta los resultados de investigación, será una de las metas y productos tangibles del curso. Serán concebidas desde los siguientes ítemes:

- El contenido en las dimensiones matemática, cognitiva y didáctica. Distintos enfoques.
- Justificación del abordaje del tema en Enseñanza Media. Objetivos y metas según el nivel a ser implementado.
- Selección y jerarquización de los contenidos.
- Secuenciación. Notación. Diseño de actividades puntuales. Uso de distintos recursos.
- Diseño de actividades y secuencias de enseñanza, reformulación de problemas y ejercicios, a la luz de los elementos que surgen de las consideraciones anteriores.
- Evaluación.

El uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática ocupa un espacio privilegiado en este curso. Si bien parte de esta discusión podrá hacerse en Didáctica o en las diferentes materias de la especialidad, se abordará aquí desde un lugar propio y específico, proyectando su total dimensión. El abordaje en otras asignaturas podría no ser suficiente en virtud de las características propias que esos espacios ya tienen. La inclusión de los utilitarios educativos en la enseñanza de la Matemática no puede librarse a la concepción ingenua *“allí están y los usamos de esta forma”* puesto que el uso de la herramienta condiciona el aprendizaje, implicando beneficios pero también problemas. Analizarlos en profundidad a la luz de la investigación producida en el área resulta imperioso para un profesor que se desempeñará en el siglo XXI. Se insiste en el punto: no se trata solamente de aprender a usar los diferentes utilitarios sino de tomar conciencia de que las implicancias de su uso no son neutras. Es necesario preparar al futuro docente para que pueda tomar decisiones siendo consciente de las consecuencias pedagógicas que estas implican.

OBJETIVOS

Generar espacios adecuados durante el desarrollo del curso que permitan a los estudiantes:

- Analizar resultados de investigación actuales sobre el aprendizaje de diferentes tópicos de matemática a nivel de la enseñanza media.
- Comparar la enseñanza tradicional de los temas, tomando como posible fuente los libros de texto de enseñanza media, con las recomendaciones didácticas que surgen de la investigación en didáctica de la matemática.

▪ Elaborar planificaciones de clase y diseño de actividades didácticas atendiendo a los aspectos cognitivos, didácticos y epistemológicos relativos a todo saber a enseñar.

METODOLOGÍA

El método de trabajo se basará fundamentalmente en la lectura y análisis de documentos actuales de la Didáctica de la Matemática. Para ello el docente responsable del curso deberá seleccionar bibliografía actualizada que permita reflexionar sobre el estado del arte de la investigación en los diferentes tópicos que constituyen la matemática escolar. En esta asignatura cobran especial importancia los documentos que provienen de la investigación en el área. Es a la luz de ellos que se tratará de reformular el discurso matemático escolar desde una perspectiva crítica. A modo de ejemplo se explicita en las Unidades Temáticas, algunas de las principales líneas de investigación referidas fundamentalmente a los contenidos que seguramente deberá enseñar el futuro profesor de enseñanza media. Entendemos deseable que se aborde por lo menos un artículo de investigación en cada una de las líneas propuestas. Esta selección busca mostrarle al estudiante una variedad de líneas de investigación en las que él podrá seguir profundizando en el marco de una formación permanente.

Se espera que el docente de esta asignatura trabaje en acción coordinada con el docente de Didáctica para favorecer así el alcance de mejores logros por parte de los estudiantes.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

1. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Diferentes paradigmas del papel de la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática.

2. EL USO DE LA HISTORIA DE LA MATEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA ASIGNATURA

¿Reproducir la historia?
¿Qué puede aportar la historia en la enseñanza de la matemática?
Enseñar matemática con su historia.
Enfoques críticos sobre la incorporación de la historia en la enseñanza de la matemática.

3. EL USO DIDÁCTICO DE LAS TIC

Uso de las TIC en la enseñanza de la matemática. Diferentes perspectivas.
Beneficios y limitaciones del uso de diferentes programas educativos.
Concepciones erróneas que pueden construir los estudiantes a partir del uso de las TIC en la enseñanza.

4. LA INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

La Didáctica de la Matemática como disciplina científica.

Las diferentes escuelas en Didáctica de la Matemática, Educación Matemática y Matemática Educativa.
Principales líneas de investigación.

5. INVESTIGACIONES RELATIVAS AL DESARROLLO DEL:

- **PENSAMIENTO NUMÉRICO**
- **PENSAMIENTO ALGEBRAICO**
- **PENSAMIENTO GEOMÉTRICO**
- **PENSAMIENTO RELACIONADO CON PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA**
- **PENSAMIENTO MATEMÁTICO AVANZADO**

No todos los conceptos matemáticos son análogos desde el punto de vista de su aprendizaje. Por lo que, en el campo de la investigación se hace necesario limitarlo a áreas concretas de la matemática, como aritmética, geometría, álgebra, entre otras y, dentro de cada una de ellas, a conceptos aislados o conjuntos de conceptos relacionados entre sí (por ejemplo, las operaciones con números enteros, las isometrías, las fracciones, las ecuaciones con una incógnita, etc.). La variedad de objetos de investigación es muy grande, por lo que el docente responsable de este curso en acuerdo con sus estudiantes, seleccionará artículos de investigación referidos a los temas que sean de interés común y que a la vez constituyan un aporte fundamental a la labor del futuro docente.

BIBLIOGRAFÍA

Para las primeras cuatro unidades del programa proporcionamos una bibliografía orientadora si bien entendemos que por el perfil que tiene esta asignatura la misma deberá estar en permanente actualización dadas las características de la producción en el campo.
Para la última unidad proporcionamos algunas URL de Revistas Especializadas en Didáctica de la Matemática que están disponibles en Internet. Como esta asignatura tiene como uno de sus objetivos el abordaje de documentos que reporten los resultados de la investigación en el campo, no indicamos para esta unidad una bibliografía fija pues podría ser rápidamente perecedera. Se hace necesaria una actualización permanente de la misma. El acceso a la bibliografía de este curso requerirá de una intensa búsqueda en Internet o a través del contacto vía correo electrónico con investigadores del área que faciliten el acceso a sus documentos.

Alagia, H., Bressan, A., Sadovsky, P (2005). *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Boero, P. & Szendrei J. R. (1998). Research and Results in Mathematics Education: Some Contradictory Aspects. En Sierpinska, A. and Kilpatrick, J. *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity*, 197-212. Kluwer Academic Publishers. Great Britain.

Brousseau, G. (1983). *Obstacles Epistémologiques en Mathématiques*. Recherches en didactique des mathématiques. Vol.4.2, 165-198.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*. 7, 2, 33-115.

Cantoral, R. & Farfán, R. (2003). Mathematics Education: A vision of its evolution. *Educational Studies in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers, Netherlands. Vol. 53, Issue 3, 255 – 270.

Chevallard, Y., Bosch, M., Gascón, J. (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona: Editorial Horsori.

Dalcín, M., Ochoviet, C., Olave, M., Testa, Y. (2006). *Didáctica de Matemática. Cuatro Trabajos de Investigación en el Marco del Sistema Educativo Uruguayo*. Montevideo: Ediciones Rocamadur.

D´Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. México: Editorial Reverté.

Chevallard, Y. (2000) *La transposión didáctica. Del saber sabio al saber enseñado.* Buenos Aires: Editorial Aique.

Filloy, E. (Coord.) (2003). *Matemática Educativa. Aspectos de la investigación actual*. México: Fondo de Cultura Económica.

Furinghetti, F., Radford, L. (2002). Historical Conceptual Development and the Teaching of Mathematics: From Philogenesis and Ontogenesis Theory to Classroom Practice. En L. D. English (ed.) *Handbook of internacional research in Mathematics Education*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers. NCTM. USA.

Gutiérrez, A. (1991). *Área de conocimiento. Didáctica de la Matemática*. Madrid: Editorial Síntesis.

Parra, C. y Saiz, I.(Comps.) (1995). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires. Paidós.

Sadovsky, P. (2005). *Eneñar Matemática hoy*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Schoenfeld, A. (1994). *Ideas y tendencias en la resolución de problemas*. Buenos Aires: OMA.

Revistas especializadas

Revista Latinoamericana de Matemática Educativa. Números disponibles en www.clame.org.mx

Enseñanza de las Ciencias. Algunos artículos disponibles en http://ensciencias.uab.es/

Red De Revistas Científicas De América Latina y El Caribe, España y Portugal. Acceso por http://redalyc.uaemex.mx/

ZDM – The International Journal on Mathematics Education. En http://www.emis.de/journals/ZDM/zdmp1.html

Enlaces a diferentes revistas especializadas en Didáctica de Matemática en http://www.clame.org.mx/relime.htm

ERIC – Education Resources Information Center en http://www.eric.ed.gov/

PLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**4º AÑO**
ASIGNATURA	**PROFUNDIZACIÓN EN ÁLGEBRA**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**6 HORAS SEMANALES**

FUNDAMENTACIÓN

Ambas propuestas de secuencias de contenidos dan forma a una de las teorías más interesantes, de gran belleza matemática, con aplicación directa del Álgebra a la resolución de problemas históricos. Es al mismo tiempo un marco ideal para presentar el surgimiento y desarrollo de nuevos conceptos matemáticos (Grupos) en función de la resolución de problemas, entrelazando esto con la rica historia filosófica y política de la cual surge y en la que tuvo lugar.

OBJETIVOS

Los objetivos en ambas propuestas son similares. El profesor a partir de un diagnóstico inicial ha de elegir, en función del tiempo que ha de dedicar a la revisión y profundización de conceptos previos, entre ambas secuencias de contenidos.

Este curso es de alta flexibilidad en la preparación de su presentación final. Tiene muy buenas posibilidades de conjugar el desarrollo del mismo con la evolución histórica de los sucesos. De hecho, varios de los libros que se presentan en la bibliografía presentan ese perfil. Más allá de la propia teoría en sí, cuyo objetivo queda claramente definido a partir de la secuencia de contenidos, también se ha de trabajar sobre la presentación de un claro ejemplo histórico del desarrollo científico de un concepto (la estructura de Grupo) a partir de la necesidad de resolver un problema (o varios como en este caso: solubilidad por radicales, problemas griegos, etc.).

METODOLOGÍA

El curso podrá desarrollarse en régimen de seminarios sobre tópicos de Álgebra que el docente elegirá en acuerdo con el grupo de estudiantes a su cargo.

El programa de trabajo será creado por el grupo con el asesoramiento del docente.

SECUENCIAS DE CONTENIDOS

Se presentan a continuación dos opciones de secuencias de contenidos que denominamos A y B. El docente responsable de la asignatura decidirá, atendiendo los intereses de sus alumnos y también propios, la secuencia que desarrollará en el curso.

Opción A - Teoría de Galois

- Introducción histórica.
- Revisión de conceptos básicos en álgebra.
- Teorema fundamental del álgebra.
- Factorización de polinomios.
- Extensión de cuerpos.
- Construcciones con regla y compás.
- Normalidad y separabilidad.
- Automorfismos de cuerpos.
- Correspondencia de Galois.
- Solubilidad y simplicidad.
- Resolución por radicales.

Opción B - Álgebra abstracta y resolución por radicales

- Conceptos básicos de anillos, ideales y cuerpos.
- Revisión de Grupos.
- Revisión histórica de los problemas griegos y resolubilidad por radicales.
- Polinomios.
- Extensiones algebraicas de cuerpos.
- Bases de la teoría de Galois.
- Radicales y raíces de la unidad.
- Resolución por radicales.

BIBLIOGRAFÍA

Ian Stewart, Galois Theory, Third Edition, Chapman & Hall/CRC, (2003).

Jorg Bewersdorff , David Kramer, Galois Theory for Beginners: A Historical Perspective, American Mathematical Society (2006).

John M. Howie, Fields and Galois Theory, Springer; 1st ed. 2005, 2nd printing edition (2007).

Peter Pesic, Abel’s Proof (An essay on the sources and meaning of mathematical unsolvability), The MIT Press, Cambridge, England, 2003.

Jean-Pierre Escofier , Galois Theory**,** Springer (2000).

I. N. Herstein, Álgebra moderna, Trillas, México, 1986-1988.

Adison Gonçalves, Introdução à álgebra, Projeto Euclides, IMPA, (1979).

Serge Lang, Algebra, Springer, (2002).

Garrett Birkhoff, Saunders Mac Lane, Modern Algebra, Macmillan Publishing Co., (1977).

PLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**4º AÑO**
ASIGNATURA	**PROFUNDIZACIÓN EN GEOMETRÍA**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**6 HORAS SEMANALES**

FUNDAMENTACIÓN

Este curso en el último año de la formación inicial de Profesores procura que el estudiante adquiera una perspectiva más general de la Matemática, a través del estudio de nuevas Geometrías. Esta asignatura le permitirá al futuro profesor, ampliar la concepción de esta rama de la Matemática y su estudio contribuirá a su formación.

OBJETIVOS

Proporcionar al estudiante del profesorado de Matemática una visión de la Geometría como se entiende hoy día y que le permita situarla en el marco global que debe tener de la Matemática.

Consecuentemente, propender a que el estudiante mejore su comprensión de las estructuras fundamentales de la Matemática actual y que también logre un refinamiento en su intuición geométrica.

Darle una visión panorámica que le permita mejorar su futuro accionar en el aula.

METODOLOGÍA

El curso podrá desarrollarse en régimen de seminarios sobre tópicos de Geometría que el docente elegirá en acuerdo con el grupo de estudiantes a su cargo.

El programa de trabajo será creado por el grupo con el asesoramiento del docente y el Departamento de Matemática.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

Se presentan a continuación dos opciones de secuencias de contenidos que denominamos A y B. El docente responsable de la asignatura decidirá, atendiendo los intereses de sus alumnos y también los propios, la secuencia que desarrollará en el curso.

Opción A - Geometría Diferencial

- Curvas en el plano y en el espacio.
  - Definición de curva. Longitud de arco.
  - Reparametrización.
  - Curvas de nivel.

- Curvatura.
  - Definición.
  - Curvas planas.
  - Curvas en el espacio.

- Propiedades globales de las curvas.
  - Curvas cerradas simples.
  - La desigualdad isoperimétrica.
  - El teorema de los cuatro vértices.

- Superficies.
  - Definición. Superficies diferenciables.
  - Tangentes, normales y orientabilidad.
  - Ejemplos de superficies. Superficies cuádricas.
  - Ternas ortogonales.
  - Aplicaciones del teorema de la función inversa.

- Primera forma fundamental.
  - Longitudes de curvas sobre superficies.
  - Isometrías de superficies.
  - Transformaciones conformes de superficies.
  - Área de superficies.
  - Aplicaciones. Disco de Poincaré.

- Curvatura de superficies.
  - La segunda forma fundamental.
  - La curvatura de las curvas sobre superficies.
  - La normal y la curvatura principal.
  - Interpretaciones geométricas.

- Geodésicas
  - Definiciones y propiedades básicas.
  - Ecuaciones geodésicas.
  - Geodésicas en superficies de revolución.
  - Geodésicas como caminos minimales.
  - Coordinadas geodésicas.

- Teorema de Gauss-Bonnet
  - Gauss-Bonnet para curvas cerradas simples.
  - Gauss-Bonnet para polígonos curvilíneos.
  - Gauss-Bonnet para superficies compactas.

BIBLIOGRAFÍA

Do Carmo, M., Differential Geometry of Curves and Surfaces, Prentice Hall, New Jersey, 1976

Do Carmo, M., Introduçao à geometria diferencial, IMPA, 1971.

Gromoll, D., Klingenberg, W., Meyer, W., Riemannsche Geometrie im Gro Springer-Verlag, Berlin, New York, 1968.

Hicks, N.J., Notes on Differential Geometry, C. Van Nostrand, Princeton, New Jersey, 1964.

Spivak, M., Calculus on Manifolds, W.A. Benjamín Inc., 1965.

Loomis, L, Sternberg, S. Advanced Calculus. Addison-Wesley

O' Neil, B, Elementos de geometría diferencial. Limusa

Klingenberg, W. A Course in Differential Geometry. Springer-Verlag, GTM 51, 1978.

Opción B - Geometrías no euclidianas y otras geometrías

Unidades Temáticas:

1. Geometrías no euclidianas.
   - La geometría parabólica.
   - La geometría circular.
   - La geometría hiperbólica.
   - La geometría elíptica.

2. Fundamentos de Geometría. Geometría Axiomática. Geometrías Finitas.

3. Teoría del Caos. Fractales. Geometría fractal.

BIBLIOGRAFÍA

Alsina, Claudi; Fortuny, Joseph Mª.; Pérez, Rafael; 1997: *¿Por qué Geometría? Propuestas Didácticas para la ESO.* Editorial Síntesis. Madrid.

Argüelles Rodríguez, Juan; 1989: *Historia de la Matemática.* Ediciones AKAL S. A. Madrid.

Balanzat, M.; Rey Pastor, J. y Santaló, L.; 1959: *Geometría Analítica.* Kapelusz. Buenos Aires.

Blumenthal, Leonard; 1963: *Geometría Axiomática.* Editorial AGUILAR. Madrid.

Bonola, Roberto; 1945: *Geometría no Euclidiana.* Editorial Espasa-Calpe. Buenos Aires.

Boyer, Carl; 1987: *Historia de la Matemática.* Alianza Editorial Textos. Madrid.

Castelnuovo, Emma; 1966: *Geometría Intuitiva.* Editorial Labor. Barcelona.

Castelnuovo, Emma; 1985: *La Matemática. La Geometría.* La Nuova Italia Editrice. Firenze.

Castelnuovo, Guido; 1976: *Lecciones de Geometría Analítica y Proyectiva. Tomos I y II.* Editorial Técnica S.R.L. Montevideo.

Courant, R.; Robbins, H.; 1961: *¿Qué es la Matemática?* Aguilar. Madrid.

Coxeter, H. S. M.; 1971: *Fundamentos de Geometría.* Editorial Limusa - Wiley, S.A. México.

Coxeter, H. S. M.; 1998: *Non Euclidean Geometry.* Editorial Mathematical Association of America.

Coxeter, H. S. M.; Greitzer, S.L.; 1993: *Retorno a la Geometría.* Colección: "La Tortuga de Aquiles". DLS-Euler, Editores. Madrid.

Croft, H.T.; Falconer, J.L.; Guy, R.K.; 1991: *Unsolved Problems in Geometry.* Springer. Berlin.

Choquet, Gustave; 1964: *L'Enseignement de la Géomètrie.* Hermann. Paris.

D'Ambrosio, Ubiratan; 1994: *Métodos da Topología.* Editora da FURB. Blumenau.

de Guzmán, Miguel; Martín, M. A.; Morán, M. y Reyes, M.; 1993: *Estructuras Fractales y sus aplicaciones.* Editorial Labor. Barcelona.

de Guzmán, Miguel; 1996: *Aventuras Matemáticas – Una Ventana hacia el Caos y otros Episodios.* Ediciones Pirámide S. A. Madrid.

Efímov, N.V.; 1984: *Geometría Superior.* Editorial MIR. Moscú.

Euclides; 1944: *Elementos de Geometría.* Universidad Autónoma de México. México.

Eves, Howard; 1969: *Estudio de las Geometrías. Tomos I y II.* Editorial UTEHA. México.

Félix, Luciente; 1964: *Géométrie.* Dunod. París.

Guillén Soler, Gregoria; 1991: *El Mundo de los Poliedros.* Editorial Síntesis. Madrid.

Hilbert, David; 1953: *Fundamentos de Geometría.* Instituto “Jorge Juan” de Matemáticas. Madrid.

Hilbert, David; 1971: *Fundamentos de Geometría.* Dunod. Paris.
Lakatos, Imre; 1976: *Pruebas y Refutaciones.* Editorial Alianza, Madrid.

Liustérnik, L.A.; 1979: *Líneas más Cortas. Problemas de variaciones.* Editorial MIR. Moscú.

Lyúbich, YU. I.; Shor, L.A.; 1984: *Método Cinemático en Problemas Geométricos.* Editorial MIR. Moscú.

Malkevitch, Joseph; 1996: *Geometría en Utopía.* York College. N.Y.

Merklen, Héctor; 1964: *Geometría.* Instituto para la Promoción de las Matemáticas. Lima.

Moise, Edwin; 1968: *Elementos de Geometría Superior.* Compañía Editorial Continental S.A. México.

Moreno Armella, Luis; 1994: *La Geometría del Desorden y un nuevo diseño curricular.* En la Revista: Educación Matemática, Vol. 6 N° 3, Grupo Editorial Iberoamericano. México.

Newman, James; 1969: *SIGMA El Mundo de las Matemáticas* – Ediciones Grijalbo, S.A. Barcelona

Ore, Oystein; 1995: *Grafos y sus Aplicaciones.* Colección: “La Tortuga de Aquiles”. DLS-Euler, Editores. Madrid.

Papy, George; 1974: *Geometría Afín Plana y Números Reales.* EUDEBA. Buenos Aires.

Petersen, Julius; 1892: *Méthodes et Thèories pour la Resolution des Problèmes de Constructions Géométriques.* Gauthier-Villars & Fils imprimeurs. Paris.

Polya, George; 1954: *Mathematics and Plausible Reasoning.* Princeton University Press. Princeton. [Traducción castellana: *Matemática y Razonamiento Plausible.* Tecnos. Madrid. 1966]

PRO CIENCIA; 1986: *Geometría, Su Enseñanza, Estructura Modular 2.* Conicet. Buenos Aires.

Revista EPSILON Nº 28; 1994: *Monográfico Fractales.* Sociedad Andaluza de Educación Matemática “Thales”. Sevilla.

Roanes, Eugenio; 1980: *Introducción a la Geometría.* Ediciones Anaya S.A. Madrid.

Santaló, Luis: *Geometría Proyectiva.* EUDEBA. Buenos Aires.

Santaló, Luis; 1961: *Geometrías no Euclidianas.* EUDEBA. Buenos Aires.

Santaló, Luis; 1993: *La Geometría en la Formación de Profesores.* Red Olímpica. Buenos Aires.

Severi, Francesco; 1965: *Elementos de Geometría.* Editorial Labor. Barcelona.

Severi, Francesco; 1980: *Geometría Proyectiva.* Ediciones La Casa del Estudiante. Montevideo.

Smogorzhevsky, A.S.; 1984: *Acerca de la Geometría de Lobachevsky.* Editorial MIR. Moscú.

Tuller Annita; *A Modern Introduction to Geometries*. D. Van Nostrand Company, Inc. Princeton. 1967.

Yikhomirov, V.M.; 1990: *Stories about Maxima and Minima.* American Mathematical Society.

ovíPLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**4º AÑO**
ASIGNATURA	**PROFUNDIZACIÓN EN ANÁLISIS**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**6 Horas**

FUNDAMENTACIÓN

Al igual que con los otros cursos de profundización, entre los cuales el estudiante ha de optar en cuarto año especialización matemática, se pretende, a través de algunas de las cuatro secuencias propuestas, que el estudiante adquiera conocimientos más avanzados y más actualizados en un área de la Matemática, en este caso, Análisis. Las secuencias ofrecidas se apoyan en matemática del Siglo XIX y XX, conformando un panorama razonable para una materia de profundización en la especialidad.

OBJETIVOS

Los objetivos en las cuatro propuestas ofrecen el marco para cumplir con el propósito buscado en este tipo de cursos: profundizar en la teoría y técnicas en una de las áreas centrales de la Matemática. El profesor, a partir de un diagnóstico inicial, ha de elegir, en función del tiempo que ha de dedicar a revisión y profundización de conceptos previos, y de los intereses de los alumnos y del suyo propio, entre las diferentes secuencias de contenidos.

Este curso, en cualquiera de sus variantes, es de alta flexibilidad en la preparación de su presentación final, prestándose, al mismo tiempo, a la estrecha conjugación con los hechos históricos que envolvieron la época de creación de la matemática que aquí se ofrece.

METODOLOGÍA

El curso podrá desarrollarse en régimen de seminarios sobre tópicos de Análisis que el docente elegirá en acuerdo con el grupo de estudiantes a su cargo.

El programa de trabajo será creado por el grupo con el asesoramiento del docente y el Departamento.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

Se presentan a continuación cuatro opciones de secuencias de contenidos que denominamos A, B, C y D. El docente responsable de la asignatura decidirá, atendiendo los intereses de sus alumnos y los propios, los contenidos que desarrollará en el curso.

Opción A - Medida e Integral de Lebesgue en R^n

- Operaciones con conjuntos, funciones.
- Numerabilidad. Extensión de reales.
- Medida exterior. Conjuntos medibles.
- Conjunto de Cantor.
- Conjunto no medible.
- σ-álgebra de Borel. Funciones medibles.
- Límites de funciones medibles.
- Funciones simples no negativas. Funciones medibles no negativas.
- Teorema de convergencia monótona. Aproximación puntual de funciones medibles por funciones simples.
- Caso general.
- Propiedades de la integral.
- Lema de Fatou y Teorema de convergencia dominada.
- Relación con la integral del Riemann.
- Ejemplos. Relación con integrales impropias.

Opción B - Cálculo Vectorial

- Producto escalar y vectorial
- Producto mixto y otros productos
- Vectores y cambios de coordenadas
- Campos escalares y gradientes
- Campos vectoriales, divergencia
- El rotor, el laplaciano
- Derivación de vectores
- Curvas. Integrales curvilíneas
- Superficies. Integrales de Superficies
- Fórmula de Gauss. Fórmulas de Green.
- Stokes.
- Aplicaciones.

Opción C - Análisis Complejo

- Reales y complejos.
- Plano Complejo. Geometría de los números complejos.
- Curvas y regiones en el plano complejo.
- Convexidad, caminos.
- Proyección estereográfica.

- Fracciones, potencias y raíces.
- Transformaciones de Möbius.
- Funciones holomorfas.
- Ecuaciones de Cauchy-Riemann.
- Función inversa.
- Series, series de potencia, convergencia de series de potencia.
- Funciones holomorfas. Series de Taylor.
- Exponenciación. Logaritmo.
- Funciones trigonométricas.
- Integración compleja.
- Teorema de Cauchy.
- Integral de Cauchy.
- Teorema de Morera.
- Cálculo de residuos.
- Principio de módulo máximo.

Opción D - Profundización en Probabilidad

- Procesos de ramificación
- Teoría de renovación
- Caminata al azar
- Cadenas de Harkov
- Martingalas
- Procesos de Poisson y Wiener

BIBLIOGRAFÍA

Richard Wheeden, Anthony Zigmund, Measure and Integral (An Introduction to Real Analysis), Marcel Dekker, 1977.

A. N. Kolmogorov, S.V. Fomin, Measure, Lebesgue Integrals and Hilbert Space, Academic Press, 1961.

Steve Cheng, A short course on the Lebesgue integral and measure theory, GNU Free Documentation License, Version 1.2, 2004.

M. Carter, B. van Brunt, The Lebesgue-Stieltjes Integral (A practical introduction), Springer, 2000.

Walter Rudin, Real and complex analysis, Mac Graw-Hill, 1970.

John B. Conway, Functions of one complex variable, Springer-Verlag, 1978.

Lars V. Ahlfors, Complex Analysis, McGraw-Hill, 1966.

Raghavan Narasimhan, Complex Analysis in one variable, Birkhäuser, 1985.

R. B. Ash, W.P. Novinger, Complex variables, second edition, free version, 2004.

Rolf Nevanlinna, V. Paatero, Introduction to complex analysis, Addison-Wesley, 1969.

Murray H. Protter, Basic elements of Real Analysis, Springer, 1998.

Einar Hille, Analytic function theory, Vol. I, Ginn and Company, 1959.

Fernando Galaz Fontes, Medida e integral de Lebesgue en R^n, Oxford University Press, 2002.

T. M. Apóstol, Análisis Matemático, Editorial Reverté, 1977.

Luis A. Santaló, Vectores y Tensores con sus aplicaciones, EUDEBA, (14 ed.) 1993.

Pedro J. Fernandez, Medida e Integração, Prometo Euclides, 1976.

Lynn Loomis, Shlomo Sternberg, Advanced Calculus, Addison-Wesley, 1939.

Sidney Resnick. Adventures in Stochastic Processes, Boston, Editorial Birkhäuser, 1994.

William Feller, Introducción a la Teoría de Probabilidades y sus Aplicaciones, vol. 1, México D.F.. Editorial Limusa, 1991.

V.Petrov, E. Mordecki, Teoría de Probabilidades, Moscú. Editorial URSS, 2003.

PLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**4º AÑO**
ASIGNATURA	**HISTORIA DE LA MATEMÁTICA**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**3 HORAS SEMANALES**

FUNDAMENTACIÓN

La inclusión de esta asignatura en el Profesorado de matemática apunta, entre otras cosas a promover actitudes específicas en el futuro docente, enriquecer su repertorio didáctico y que pueda:

▪ Comprender mejor las dificultades del hombre en la elaboración de las ideas matemáticas, y a través de ello las de sus propios alumnos. Conocer momentos importantes de la historia puede proveer al docente de herramientas para anticipar algunos obstáculos epistemológicos en el aprendizaje de la matemática y ayudarlos a entender mejor los errores y concepciones erradas en ciertos temas y también a ayudar a explicar y entender qué es lo que los estudiantes encuentran más difícil.

▪ A través de una mirada a los ‘viejos métodos’ evaluar sus propias ideas matemáticas, al mismo tiempo que conocer formas alternativas de concebir un problema y enriquecerse en dicho proceso.

▪ Al re-examinar el desarrollo de los conceptos, métodos y demostraciones, ver que los que hoy consideramos grandes matemáticos también tuvieron sus dudas y sus errores, incertidumbres y aciertos.

▪ Comparando trabajos matemáticos de distintas épocas ver que frente a un mismo problema se crearon distintas respuestas, que la matemática cambia.

▪ Tomar conciencia de que el aprendizaje no es lineal. El desarrollo de las ideas matemáticas no es tan lineal como lo presentan en general los libros de texto. La matemática como producto final –como aparece en general en los libros– puede ser muy diferente al hacer matemático. La mayoría de las ideas matemáticas nunca han sido presentadas en los libros en la forma en que fueron creadas. Cuando un problema ha sido resuelto la solución se transforma en una teoría que los profesores enseñan, en general, sin ninguna referencia al problema que les dio origen.

▪ Plantearse la relación entre rigor e imaginación, relación que él mismo deberá manejar en su propia formación como profesor de matemática, y que deberá manejar además en su futuro como docente en el trabajo con estudiantes de enseñanza media.

▪ Ver que la matemática no es sólo producto de la cultura occidental, que han habido aportes de las distintas culturas a través del tiempo.

▪ Realizar trabajos interactivos con otras disciplinas porque les permite ver a los estudiantes su interconexión y mutua influencia.

▪ Ayudar a explicar el rol de la matemática en la sociedad desde el momento en que es una actividad humana y dinámica influenciada por factores sociales y culturales.

▪ Ver que la matemática se desarrolla no sólo por razones utilitarias, sino también motivada por la curiosidad intelectual, por propósitos recreacionales o criterios estéticos.

▪ Comprender que el uso de la historia de la matemática en la clase no debe ser realizado desde una perspectiva ingenua, esto es, que usar la historia no significa enseñar matemática tratando de que el alumno reproduzca las distintas etapas del desarrollo de la disciplina.

▪ Percibir que tampoco significa que el uso del conocimiento histórico consista en contar con un conjunto de anécdotas e historias que sirvan de entretenimiento a nuestros estudiantes.

OBJETIVOS

La orientación general del curso busca aportar en la concepción de la matemática como una actividad humana que se ha planteado problemas y ha buscado darles respuesta, que dichas respuestas han sido muchas veces provisionales, que el camino de desarrollo no ha sido lineal, que la matemática es una obra en construcción. También establecer vínculos entre la historia de la matemática, los conocimientos matemáticos y los conocimientos didácticos en posesión del estudiante, buscando formar una concepción acorde a su futura tarea de enseñar matemática a estudiantes de enseñanza media.

Se pretende que el estudiante pueda:

▪ Identificar las características centrales de los conocimientos matemáticos de distintas épocas así como de las problemáticas que les dieron origen.
▪ Conocer las respuestas que se fueron dando a un mismo problema en distintos momentos de la historia.
▪ Vivenciar, mediante la resolución de problemas que se plantearon hombres y mujeres de otras épocas, las dificultades que estos debieron enfrentar.
▪ Comparar las herramientas matemáticas disponibles hoy día y las herramientas originalmente puestas en juego.
▪ Establecer vínculos entre los conocimientos históricos, los conocimientos didácticos y los conocimientos matemáticos que el estudiante posee en la elaboración y fundamentación de propuestas que busquen promover el aprendizaje de la matemática en estudiantes de enseñanza media.

METODOLOGÍA

Las actividades del curso están organizadas semana a semana y pensadas para que el compromiso del estudiante con el curso sea continuo.

Se trabajará en base a:

- lecturas obligatorias (que incluirán un panorama histórico de la época, de la ciencia y de la matemática),
- lectura y análisis de textos originales,
- problemas matemáticos de la época,
- lecturas didácticas acerca de la temática abordada,
- lecturas complementarias.

El estudiante deberá resolver problemas matemáticos de la época que se esté estudiando y elaborar actividades para la enseñanza de la matemática en donde se incluya la historia de la matemática.

En cuanto a la evaluación del curso, se tendrán en cuenta los criterios de evaluación establecidos en la normativa vigente.
Además, se podrá basar en la realización de actividades que se solicitarán a los estudiantes y que involucrarán:

- Resolución de problemas matemáticos de la época que se esté estudiando.
- Elaboración de secuencias didácticas para la enseñanza media donde se incluya la historia de la matemática.

Se podrá solicitar también al estudiante la elaboración y defensa de un trabajo final (anual) en torno a una temática previamente acordada con el docente.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

***Unidad 1 -* Orígenes del conocimiento matemático.**

1ª y 2ª Semana
Los orígenes lejanos.

- Diferentes sistemas numéricos en distintas culturas.
- Diseños y Geometría.

3ª y 4ª Semana
La matemática de las primeras grandes culturas.

- Babilonios
- Egipcios.
- Chinos, Indios.
- Mayas, Incas, Aztecas.

Unidad 2- La matemática de Grecia Antigua.

5ª Semana
Aurora del pensamiento matemático griego.

- Los primeros resultados matemáticos de Tales de Mileto. Hipócrates de Quios. La escuela pitagórica. Las paradojas de Zenón de Elea. Las ideas platónicas. Teeteto. Eudoxo.

- Tres problemas griegos.

6ª, 7ª y 8ª Semana
El auge de las matemáticas griegas.

- Euclides y su obra.
- Arquímedes y *El método*.
- Apolonio de Perga.

9ª Semana
La matemática al final de la antigüedad.

- Cálculo de distancias astronómicas y orígenes de la trigonometría. Aristarco. Eratóstenes. Hiparlo. Ptolomeo.
- La *Aritmética* de Diofanto.
- Herón. Pappus.

Unidad 3 - Matemática medieval.

10ª y 11ª Semana
El feudalismo en oriente.

- La matemática en China e India antigua.
- Sistema de numeración indo-arábigo.
- Surgimiento del álgebra. Al Jwarismi. Bháskara. Jayyam. Ibn Qurra.

12ª Semana
Europa medieval

- Oresme.
- Fibonacci.

Unidad 4 - Las matemáticas del Renacimiento.

13ª y 14ª Semana

- Escuelas del ábaco. Pacioli.
- Consolidación de la Trigonometría como rama de la matemática. Regiomontano.
- Evolución del álgebra. Resolución de ecuaciones de 3º y 4º grado. Cardano. Tartaglia. Ferrari.
- Lenguaje del álgebra.
- La teoría de la perspectiva. Da Vinci. Durero.

15ª Semana
Consolidación del papel de las matemáticas en la sociedad.

- Concepción del Universo. Copérnico. Kepler. Galileo.
- Logaritmos. Briggs. Napier.

Unidad 5 - La matemática moderna.

16ª y 17ª Semana
La época de Descartes y Fermat.

- Teoría de Números. Mersenne.

- Probabilidad. Pascal. Laplace.
- Geometría analítica.

18ª, 19ª y 20ª Semana
Inicios modernos del cálculo diferencial e integral.
- Antecedentes. Arquímedes. Zenón. Eudoxo. Hipócrates.
- Problemas de cálculo de áreas y tangentes. Cavalieri. Wallis. Barrow.
- Newton y Leibniz.

21ª y 22ª Semana
Desarrollo del Cálculo.
- Época de Euler, L'Hópital.
- Números complejos.
- Funciones analíticas (desarrollos en series).
- Ecuaciones diferenciales.

Unidad 6 - Aportes de las matemáticas de los siglos XIX y XX.

23ª y 24ª Semana
Las Matemáticas en el siglo XIX.
- Ampliación del álgebra. Galois.
- Geometrías no euclidianas. Lobachevsky. Bolyai.
- Geometría proyectiva. Poncelet. Brianchon.

25ª y 26ª Semana
Fundamentos.
- Número real. Teoría de Conjuntos. Weierstrass. Dedekind. Cantor.
- Intuicionismo. Formalismo. Logicismo.

BIBLIOGRAFÍA

Babini, J. (1967). *Historia de las ideas modernas en matemática*. Washington: OEA.

Bell, E. T. (1996). *Historia de las Matemáticas*. México: FCE.

Boyer, C. (1996). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza.

Collette, J. P. (1986). *Historia de las matemáticas. Vols. I y II*. México: Siglo XXI.

Grattan-Guinness, I. (Comp.) (1984). *Del cálculo a la teoría de conjuntos, 1630-1910. Una introducción histórica*. Madrid: Alianza.

Hacking, I. (1995). *El surgimiento de la probabilidad*. Barcelona: Gedisa.

Ifrah, G. (1987). *Las cifras. Historia de una gran invención*. Madrid: Alianza.

Kline, M. (1992). *El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días. Vols. I, II y III.* Madrid: Alianza.

Kline, M. (1994). *Matemáticas. La pérdida de la certidumbre*. México: Siglo XXI.

Mankiewicz, R. (2000). *Historia de las matemáticas. Del cálculo al caos*. Barcelona: Paidós.

Montesinos Sirera, J. (2000). *Historia de las matemáticas en la enseñanza secundaria*. Madrid: Síntesis.

Ríbnikov, K. (1987). *Historia de las matemáticas*. Moscú: Mir.

Rey Pastor, J. y Babini, J. (2000). *Historia de la matemática. Vols. I y II*. España: Gedisa.

Struik, D. (1998). *Historia concisa de las matemáticas*. México: IPN.

Zellini, P. (2003). *Breve historia del infinito*. Madrid: Siruela.

Bibliografía complementaria

Arquímedes (1986). *El método*. Madrid: Alianza.

Babini, J. (1948). *Arquímedes*. Buenos Aires: Espasa-Calpe.

Babini, J. (1953). *Historia sucinta de la matemática*. Buenos Aires: Espasa-Calpe.

Bell, E. T. (1948). *Los grandes matemáticos*. Buenos Aires: Losada.

Colerus, E. (1943). *Historia de la matemática. De Pitágoras a Hilbert*. Buenos Aires: Progreso y cultura.

Corbalán, F. (2000). *Galois. Revolución y matemáticas*. Madrid: Nivola.

Chica Blas, A. (2001). *Descartes. Geometría y método*. Madrid: Nivola.

Dantzig, T. (1971). *El número. Lenguaje de la ciencia*. Buenos Aires: Hobbs-Sudamericana.

Descartes, R. (1997). *La geometría*. México: Limusa.

Dunham, W. (1995). *Viaje a través de los genios*. Madrid: Pirámide.

Dunham, W. (2000). *Euler. El maestro de todos los matemáticos*. Madrid: Nivola.

Euclides (1992). *Elementos de geometría. I-II*. México: UNAM.

Euclides (1992). *Elementos de geometría. III-V*. México: UNAM.

García de Zúñiga, E. (1990). *Lecciones de historia de las matemáticas*. Montevideo: FHCE-UdelaR.

Gareth Ashurst, F. (1985). *Fundadores de las matemáticas modernas*. Madrid: Alianza.

González Urbaneja, P. M. (2001). *Pitágoras. El filósofo del número.* Madrid: Nivola.

González Urbaneja, P. M. (2006). *Platón y la Academia de Atenas*. Madrid: Nivola.

Hernández, A. (2002). *Monge. Libertad, igualdad, fraternidad y geometría*. Madrid: Nivola.

Martín Casalderrey, F. (2000). *Cardano y Tartaglia. Las matemáticas en el Renacimiento italiano*. Madrid: Nivola.

Melvilla, V. (2006). *Ruffini. Popular y desconocido.* Madrid: Nivola.

Millán, A. (2004). *Euclides*. *La fuerza del razonamiento matemático*. Madrid: Nivola.

Moreno Castillo, R. (2002). *Omar Jayyam. Poeta y matemático.* Madrid: Nivola.

Moreno Castillo, R. (2004). *Fibonacci. El primer matemático medieval*. Madrid: Nivola.

Muñoz, J. (1999). *Newton. El umbral de la ciencia moderna*. Madrid: Nivola.

Nomdedeu, X. (2000). *Mujeres, manzanas y matemáticas. Entretejidas*. Madrid: Nivola.

Sánchez, C. y Noriega, T. (2005). *Abel. El romántico nórdic*o. Madrid: Nivola.

Sánchez, C. y Valdés, C. (2001). *Los Bernoulli. Geómetras y viajeros*. Madrid: Nivola.

Singh, S. (1999). *El último teorema de Fermat*. Bogotá: Norma.

Stein, S. (1999). *Archimedes. What did he do besides cry eureka?* USA: MAA.

Torija, R. (1999). *Arquímedes. Alrededor del círculo.* Madrid: Nivola.

Torrecillas, B. (1999). *Fermat. El mago de los números.* Madrid: Nivola.

Uno (2001). *Historia de las matemáticas*. Uno Revista de didáctica de las matemáticas 26. Barcelona: Graó.

Vera, F. (1961). *Breve historia de la matemática*. Buenos Aires: Losada.

Vera, F. (1961). *Veinte matemáticos célebres*. Argentina: Libros del mirasol.

Vera, F. (1963). *Breve historia de la geometría*. Buenos Aires: Losada.

PLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**4º AÑO**
ASIGNATURA	**FÍSICA**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**4 HORAS SEMANALES**

FUNDAMENTACIÓN

La introducción de un curso de Física en la especialidad Matemática busca completar la formación del futuro docente, en un momento en que la Ciencia tiene crucial importancia en el devenir de la Humanidad. Se ha elegido un curso de Mecánica teniendo en cuenta:

- La tradicional vinculación entre la Matemática y esta disciplina, a lo largo de los últimos siglos.
- La posesión por parte del estudiante de los elementos matemáticos necesarios para su comprensión.
- La riqueza y multiplicidad de sus aplicaciones.

OBJETIVOS

- Profundizar la comprensión de conceptos matemáticos fundamentales (por ejemplo derivación e integración) al aplicarlos a otras ramas del conocimiento.
- Permitir una mejor comprensión del mundo en que vivimos y de las posibilidades y límites de la Ciencia.
- Capacitar al futuro docente para un trabajo multidisciplinario con otros colegas del área de la Ciencia.
- Conocer el papel que la Matemática ha desempeñado a lo largo de la Historia como instrumento al servicio de la Ciencia.
- Brindar la base necesaria para abordar estructuras de mayor profundidad en el área de la Física (por ejemplo, la Física Moderna).
- Adquirir conceptos fundamentales de Mecánica, con buen nivel de profundización y capacitar al estudiante en la elaboración de modelos matemáticos de diferentes problemas físicos.

METODOLOGÍA

El curso, ubicado en el último año de un Instituto de nivel terciario, debe tener en consecuencia un alto nivel, en cuanto a la fundamentación de los conceptos y a sus aplicaciones. Debe tener pues, carácter teórico-práctico y ese alto nivel al que nos referimos, no lo entendemos como complejidad sino como interés y riqueza de los conceptos y aplicaciones.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

- Cinemática de la Partícula
- Dinámica de la Partícula
- Trabajo y Energía
- Movimiento Central
- Sistemas de Partículas
- Cinemática y dinámica de rígidos (una introducción)

BIBLIOGRAFÍA

TEXTOS

Libros de mecánica

Gambini y otros, *Mecánica de la partícula,* C. E. I. Facultad de Ingeniería, Montevideo 1996. También disponible en http://www.fing.edu.uy/if/cursos/mecnew/Teorico/teorico.html

French, *Mecánica Newtoniana.* Reverté, 1978.

Roederer, *Mecánica Elemental.* E.U.D.E.B.A., 2da edición,1985.

Alonso y Finn, *Física Volumen* 1; *Mecánica.* Addison Wesley Iberoamericana, 1986.

Beer & Johnston, *Mecánica Vectorial para Ingenieros*, *Vol. 2 Dinámica*, McGraw-Hill, (6ta edición) 1998.

Libros de física general elemental

Tipler, *Física,* (Volumen 1) 3ra edición, Reverté 1995 (creo)

Resnick, Halliday, Krane, *Física* (*Volumen* 1) 4ta edición. C.E.C.S.A. 1996.

Serway, *Física* (*Tomo* 1) 4ta edición. Mc Graw-Hill, 1995

Bibliografía de apoyo comentada

Feynman [(1)], Leighton y Sands, *Física Volumen I.* Addison Wesley Iberoamericana, 1987.
Un clásico de la literatura referida a la enseñanza de la física. El libro se basa en el curso dado por Feynman en el Caltech entre 1961 y 1963. El texto tiene la virtud de no perderse en las cuentas (de hecho no hace ninguna) y va directamente a los conceptos fundamentales y sus consecuencias . Es muy interesante el prefacio de este libro y las conclusiones a las que Feynman llega luego de culminado los tres años.

[1] Premio nobel de física 1965

Albert Einstein [2] y Leopold Infeld, *La Física; Aventura del Pensamiento.* Losada, 1939.
Los autores de esta obra hacen que ella se comente por si misma. El titulo original del libro refleja mejor su contenido "The evolution in Physics". Precisamente trata sobre la evolución de las ideas y los conceptos en la física.

George Gamow , Biografía de la Física. Alianza, 1971.
De características similares al anterior pero deteniéndose en el perfil de los hombres detrás de cada idea. Una magnífica "biografía" escrita por un gran físico.

Armin Hermann, La Nueva Física. Inter Nationes Bonn-Bad Godesberg, 1979.
Este libro es una muy buena crónica de la influencia de la física del siglo XX en el pensamiento, la sociedad, especialmente en la guerra y la política. Tiene una excelente documentación fotográfica.

Felix Cernuschi, Experimento, Razonamiento y Creación en Física. O.E.A. monografía Nº5 (serie Física) segunda edición, 1977.
Felix Cernuschi fue un científico uruguayo fallecido en 1999 en Bs As. Entre otras cosas, fue le fundador del Departamento de Física y Astronomía de la vieja Facultad de Humanidades y Ciencias.
El título de la monografía refleja perfectamente el contenido de la misma.

Lawrence M. Krauss, Miedo a la Física; Una Guía Para Perplejos. Ed. Andrés Bello, 1996.
Este libro tiene la virtud de ser bastante reciente y por lo tanto incorpora conceptos modernos. Trata fundamentalmente sobre la forma de razonar de los físicos y de cómo, en ultima instancia, la estrategia para abordar exitosamente cada nuevo problema, es siempre la misma o muy parecida a las anteriores. Es también un buen libro para ponerse al día en cuanto a los últimos descubrimientos en física básica.

[2] Premio nobel de física 1921

PLAN	**2008**
TRAYECTO FORMATIVO	**FORMACIÓN ESPECÍFICA**
ESPECIALIDAD	**MATEMÁTICA**
CURSO	**4º AÑO**
ASIGNATURA	**DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA III**
FORMATO MODALIDAD	**ANUAL**
CARGA HORARIA	**4 HORAS SEMANALES**

FUNDAMENTACIÓN

La necesidad de un curso de Didáctica de la Matemática en el que al mismo tiempo, el estudiante tiene a cargo su propio grupo, sintetiza los principios fundamentales que sustentan la formación de docentes para la enseñanza media en el Uruguay: la formación en las Ciencias de la Educación, en Matemática, y en Didáctica-Práctica Docente de la Matemática.

Los contenidos seleccionados buscan continuar aportando al estudiante de profesorado de matemática, elementos para abordar la práctica educativa (que en este curso se realiza en un grupo de Ciclo Básico a cargo del practicante) desde un punto de vista cada vez más profesional y reflexivo.

El profesor debe poseer sólidos conocimientos en la disciplina que va a enseñar pero si en algo se ha de distinguir del investigador, del erudito, del estudioso, es por su especialización en la tarea de clase. Es en este último aspecto donde cobra especial importancia esta asignatura.

OBJETIVOS

Generar espacios adecuados durante el desarrollo del curso que permitan a los estudiantes:

- Tomar conciencia de que el proceso de formación de un profesor se realiza durante toda la vida.
- Reconocer el papel de la Didáctica de la Matemática en su formación profesional.
- Crecer en la apertura hacia la crítica de los otros y en la autoreflexión y la autocrítica, para favorecer su superación como profesionales.
- Internalizar fundamentos de la ética profesional con su aplicación desde la práctica docente.
- Indentificar los elementos integrantes de las distintas corrientes de la Didáctica de la Matemática y los principales teóricos de la didáctica actual.
- Adquirir en forma paulatina y constante, conocimientos y competencias relativas a la práctica profesional, y basarlos en una sólida fundamentación teórica.
- Desarrollar una clara conciencia de lo que se espera del profesor de matemática de enseñanza media, inserto en una institución de la cual forma parte.

METODOLOGÍA

El profesor de Didáctica planteará a sus estudiantes actividades que promuevan la discusión y reflexión acerca de los procesos de enseñar y de aprender matemática. El uso de metodologías que sean coherentes con las que los estudiantes utilizarán en su práctica docente, contribuirán a la consolidación de la unidad Didáctica-Práctica.

El docente de Didáctica promoverá las visitas de clase entre los estudiantes del mismo curso de Didáctica, generando así, instancias de reflexión conjunta.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

1. PLANIFICACIÓN DE LA LABOR DOCENTE

La planificación anual como proyecto educativo:

- Diagnóstico del grupo
- Objetivos del curso
- Organización de las unidades del curso, especificando cuántas clases o semanas se dedicarán a cada unidad incluyendo las evaluaciones.
- Participación en proyectos institucionales.
- Proyectos que implementará en su curso.
- Estrategias metodológicas.
- Materiales a utilizar en el año.
- Evaluación de los alumnos.
- Bibliografía para los alumnos y para el profesor.

La planificación de clase y de unidad temática.

2. RECURSOS DIDÁCTICOS

Diferentes formatos de presentación de una misma actividad para el alumno.
El uso de los libros de texto.
Los juegos didácticos.
El uso en la clase de matemática de materiales que no fueron diseñados para su enseñanza (uso de canciones, poemas, obras pictóricas, periódicos, viñetas, etc.)
Aplicaciones didácticas de las TIC.
El uso de la historia de la matemática para el diseño de actividades.

3. ALGUNOS ASPECTOS DE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA, DE LA ARITMÉTICA, DEL ÁLGEBRA Y DE LA PROBABILIDAD

El desarrollo del significado numérico.
La ruptura aritmética-álgebra.
La enseñanza del álgebra.
La enseñanza del concepto de función.
La enseñanza de la geometría.
La enseñanza de la probabilidad y la estadística.

4. EVALUACIÓN

¿Qué evaluar?
Diseño de diferentes instrumentos de evaluación.

Análisis de producciones de los alumnos. Análisis de errores.
Devolución a los alumnos de sus producciones.

BIBLIOGRAFÍA

Álvarez Méndez, J. (1995). Valor social y académico de la evaluación. En *Volver a pensar la educación. Vol. II. Prácticas y discursos educativos*, pp. 173-193. Madrid: Ediciones Morata.

Astolfi, J. (1999). *El "error" un medio para enseñar*. Sevilla: Díada Editora.

Barroso, R. (2000). El proceso de definir en matemáticas. Un caso: el triángulo. *Enseñanza de las Ciencias*, 18 (2), 285-295.

Bell, E. T. (1996). *Historia de las Matemáticas*. México: FCE.

Boyer, C. (1996). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza.

Bruner, J. (1997). *La educación puerta de la cultura*. Madrid: Visor.

Casanova, M. (2001). *Manual de Evaluación Educativa*, pp. 57-92. Madrid: Editorial La Muralla.

Camilloni, A., Celman, S., Litwin, E., Palou, M. (1998). *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo*. Buenos Aires: Paidós.

Chevallard, Y., Bosch, M., Gascón, J. (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona: Editorial Horsori.

Dalcín, M., Ochoviet, C., Olave, M., Testa, Y. (2006). *Didáctica de matemática. Cuatros trabajos de investigación en el marco del sistema educativo uruguayo*. Montevideo: Ediciones Rocamadur.

De Guzmán, M. *Un poco de geometría del triángulo*
En: http://usuarios.bitmailer.com/edeguzman/GeometLab/indice.htm

De Villiers, M. (1996). *Algunos desarrollos en la enseñanza de la geometría (1)*. En El futuro de la enseñanza de la geometría en la enseñanza secundaria. Traducción de Martín Acosta. En mzone.mweb.co.za/residents/profmd/futureb.pdf

De Villiers, M. (1996). *Algunos desarrollos en la enseñanza de la geometría (2)*. En El futuro de la enseñanza de la geometría en la enseñanza secundaria.
En mzone.mweb.co.za/residents/profmd/futurec.pdf

Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento. En *Ingeniería Didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, pp. 61-96. México: Grupo Editorial Iberoámerica.

Duval, R. (1992). *Gráficas y ecuaciones: la articulación de dos registros*. En R. Cambray, E. Sánchez & G. Zubieta (comp.), A*ntología en educación matemática, material de apoyo para el seminario de educación matemática1*, 125-141. Maestría en Ciencias, Especialidad en Matemática Educativa, Nivel Medio Superior. Cinvestav- IPN.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano*. *Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*, Cap.1. Cali: Universidad del Valle, Grupo de Educación Matemática.

Giménez, J. (1997). *Evaluación en Matemáticas*. Madrid: Editorial Síntesis.

Grupo Cero de Valencia (1987). *De 12 a 16. Un proyecto de currículum de matemáticas*. Valencia: Mestral Libros.

Gutiérrez, A. (1990). *Los cubrimientos de M. C. Escher como material didáctico en la enseñanza de las isometrías*. En http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/textos.html

Gutiérrez, A. (1998). Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. *Revista EMA*, 3 (3), 193–220.

Sessa, C. (2005). *Iniciación al estudio didáctico del Álgebra*, pp. 65-126. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Hanfling, M. (2000). *Estudio didáctico de la noción de función*. En Estrategias de la Enseñanza de la Matemática, pp. 117-143. Buenos Aires: Universidad de Quilmes.

Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El Modelo de Van Hiele. En Llinares, S. y Sánchez, M. V. (eds), *Teoría y práctica en educación matemática*, pp. 295-384. Sevilla: Alfar. En http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/textos.html

Mercer, N. (1997). *La construcción guiada del conocimiento*. Barcelona: Paidós.

Merieu, P. (1992). *Aprender, sí. Pero ¿cómo?* Barcelona: Octaedro.

NCTM (1991). *Desarrollo del significado numérico*. Addenda Series Nº 2, pp. 12-19. SAEM Thales.

Panizza, M., Sadovsky, P., Sessa, C. (1999). La ecuación lineal con dos variables: entre la unicidad y el infinito. *Enseñanza de las ciencias*, 17 (3), 453-461.

Sales, M. (2002). *Evaluación y calidad de la educación*.
En http://www.crandon.edu.uy/congreso1/sales.doc

Socas, M. y Palarea, M. (1997). Las fuentes de significado, los sistemas de representación y los errores en el álgebra escolar. *Revista Uno de Didáctica de la Matemática*, 14. Barcelona: Graó.

Santaló, L. (1999). Las probabilidades, el azar y la estadística. En *Enfoques. Hacia una didáctica humanista de la matemática*, pp. 33-59. Buenos Aire: Troquel.

Youschkevitech, A. P. (1997). *El concepto de función hasta la primera mitad de siglo XIX*. Serie de Antologías No. 1. Área de Nivel Superior, pp. 99-146. México: Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Zabala, A. (1995). *La práctica Educativa*. *Cómo Enseñar*. Barcelona: Graó.